

EDUCAÇÃO e --- TECNOLOGIA



Revista do Instituto Politécnico da Guarda

"EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA"

Revista do Instituto Politécnico da Guarda

DIRECTOR: João Bento Raimundo

REDACÇÃO: Rua Comandante Salvador do Nascimento
Telef. 21634 6300 GUARDA

PROPRIEDADE: Instituto Politécnico da Guarda

EXECUÇÃO GRÁFICA: Secção de Reprografia do IPG

Depósito Legal N.º 17.891/87

Reprodução total ou parcial proibida

N.º 2 / Janeiro / 88

IMPORTA SABER SER

Não é sem um certo orgulho que publicamos o segundo número da revista do Instituto Politécnico da Guarda.

Pretendemos abrir um espaço de comunicação — fizemo-lo;

Pretendemos a participação de alunos, professores, comunidade — tivemo-la;

Pretendemos que houvesse lugar à informação, à reflexão, à troca de experiências — conseguimos-lo.

A verdade é que a adesão foi entusiástica e a aceitação foi expressa em inúmeras palavras de estímulo que nos incentivam a continuar na procura de maior qualidade.

O segundo número de "Educação e Tecnologia" vai coincidir não só com a abertura do novo ano escolar da Escola Superior de Educação, o segundo, mas também com o início das actividades lectivas de mais uma escola — a Escola Superior de Tecnologia da Guarda.

Numa sociedade confrontada com rápidos e constantes progressos no domínio científico tecnológico e com a conseqüente evolução, ou seja, uma sociedade em constante mutação, requiere-se um homem novo capaz de protagonizar a mudança e, ao mesmo tempo, capaz de se manter fiel a si próprio nessa mesma sociedade.

Na formação dos técnicos e professores do I.P.G. tentamos que se desenvolva a capacidade de participar livre e plenamente em actividades comuns numa perspectiva de realização em comunidade. Tal só é possível com o alargamento do horizonte cultural e cada um interagindo, aprendendo com os outros e proporcionando aos outros condições de aprendizagem na condição de que, mais do que saber ou saber fazer, o que importa é saber ser.

"Educação e Tecnologia" pretende, afinal, afirmar-se como um dos muitos meios para o conseguir.

João Bento Raimundo

Presidente da C.I. do Instituto Politécnico da Guarda

PROGRAMAÇÃO POR OBJECTIVOS

Amândio Pereira Baía — Membro da C.I. da E.S.T.G.

RESUMO — A programação por objectivos mostra ser uma ferramenta de trabalho apropriada ao dispôr do gestor em organizações que não têm um único e claro objectivo, como seja a maximização do lucro ou minimização dos custos.

Apresenta-se um exemplo onde se mostram as potencialidades da referida técnica no processo de decisão.

INTRODUÇÃO

A programação por objectivos não é mais do que uma extensão da programação linear. Sendo assim os modelos de programação por objectivos têm de ser formulados segundo as mesmas limitações, pressupostos e condições inerentes ao modelo de programação linear (linearidade, divisibilidade, certeza, etc). Tal como em programação linear os problemas de programação por objectivos podem ser resolvidos pelo método do *simplex* apenas com uma ligeira modificação⁽¹⁾.

Formular um modelo de programação por objectivos é similar a formular um modelo de programação linear. O primeiro passo consiste em definir as variáveis de decisão. Depois, os objectivos de gestão devem ser definidos e classificados segundo uma ordem de prioridade. Muitas vezes embora não sendo possível ao gestor relacionar os objectivos numa escala cardinal é contudo possível a sua classificação numa escala ordinal. Assim, uma das fundamentais distinções entre a programação linear e por objectivos é que esta permite a resolução de problemas que tenham vários, conflictuosos e incomensuráveis objectivos, definidos pelo gestor segundo uma escala de prioridades. Noutras palavras, a programação por objectivos vai permitir ao gestor incorporar as condições ambientais, organizacionais e de gestão no modelo através da definição de objectivos e suas prioridades.

Esta técnica foi primeiramente identificada por Charnes e Cooper⁽²⁾ quando tentavam encontrar maneira de resolver problemas de programação linear, não coerentes, ligados a restrições de recursos. Esta situação ocorre quando os objectivos são conflictuosos. Exemplos de objec-

tivos conflictuosos podem ser encontrados em organizações que pretendam: a) maximizar lucros e aumentar os salários pagos aos trabalhadores; b) aumentar a qualidade do produto e reduzir simultaneamente o seu custo; e c) pagar mais dividendos aos accionistas e reter fundos para crescimento. Basicamente o método de programação por objectivos consiste em formular uma função objectivo em que a satisfação dos objectivos especificados seja atingida o mais possível.

Ijiri⁽³⁾ e Jaaskelainen⁽⁴⁾ desenvolveram e refinaram esta técnica. Lee⁽⁵⁾ foi pioneiro em identificar áreas de aplicação e legou-nos uma das primeiras apresentações compreensivas sobre este tópico. Planificação da mão de obra, escalonamento da produção, distribuição de recursos académicos, planeamento de estratégias de marketing, protecção ambiental, planeamento de cuidados de saúde e logística de transportes são alguns exemplos de aplicações onde a programação por objectivos se tem mostrado eficaz.

A programação por objectivos é capaz de suportar problemas com um ou vários objectivos. Em situações da vida real a satisfação de determinados objectivos só se consegue a expensas de outros e em muitos dos casos estes são incomensuráveis. Se o gestor poder ordenar estes objectivos em função da sua importância para a organização então o problema pode ser formulado e resolvido como um problema de programação por objectivos. Os objectivos são satisfeitos numa sequência ordinal pelo algoritmo de solução, isto é, os objectivos com prioridade mais baixa só são considerados depois de os objectivos com prioridade mais alta terem sido satisfeitos ou terem atingido o ponto além do qual o melhoramento não é desejável.

Obviamente que nem sempre é possível otimizar cada objectivo até ao nível definido pelo gestor. Neste sentido a programação por objectivos pode ser vista como um processo lexicográfico pois o gestor tenta atingir um nível satisfatório dos múltiplos objectivos em vez do melhor resultado possível para a função objectivo única (caso da programação linear).

FORMULAÇÃO DO MODELO DE PROGRAMAÇÃO POR OBJECTIVOS

O modelo geral de programação por objectivos pode ser expresso matematicamente do seguinte modo:

$$\text{minimizar } Z = \sum_{i=1}^m w_i (d_i^+ + d_i^-)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad \text{para todo o } i$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad \text{para todo o } i,$$

A variável x_j representa uma variável de decisão, w_i representa a ponderação (original e/ou cardinal) associada com cada objectivo e \bar{d}_i e d_i^+ representam o grau de sub-realização (realização aquém do objectivo fixado) ou sobre-realização (realização além do objectivo fixado), respectivamente. Uma vez que não é possível existir simultaneamente sub e sobre-realização, uma pelo menos destas variáveis tem de ser igual a zero, isto é: $\bar{d}_i \times d_i^+ = 0$.

Também as condições de não-negatividade inerentes ao modelo de programação linear são aqui aplicáveis, $\bar{d}_i, d_i^+ \geq 0$.

O gestor deve analisar cada um dos objectivos no modelo e determinar se o satisfatório é a sub ou sobre-realização. Por exemplo se a sub-realização é aceitável, então a variável \bar{d}_i pode ser eliminada da função objectivo. Similarmente, se o aceitável é a sobre-realização então a variável d_i^+ pode ser nesse caso eliminada. Se o intuito for a realização exacta do objectivo, então tanto \bar{d}_i como d_i^+ devem ser incluídos na função objectivo e classificados segundo coeficientes de prioridade ponderados.

Na programação por objectivos, o objectivo mais importante é satisfeito até ao ponto máximo antes de o próximo objectivo ser considerado. Este processo repete-se indefinidamente até todos os objectivos terem sido satisfeitos ao máximo possível. Outro ponto importante deve ser tomado em linha de conta aquando da formulação do modelo. As variáveis que medem os desvios e estejam no mesmo nível de prioridade na função objectivo devem ter diferentes ponderações (cardinal ponderações). Deve contudo notar-se que objectivos no mesmo nível de prioridades devem ser comensuráveis. Apresentamos de seguida um exemplo para clarificar a situação apresentada.

DADOS

Uma empresa fabrica determinada marca de máquina de filmar. Existem duas linhas de produção dentro da empresa. A taxa de produtividade na linha 1 é de 2 máquinas por hora, enquanto que na linha 2 é apenas de 1,5. A capacidade normal de produção é de 40 horas em, cada linha. O lucro de cada máquina de filmar é de 100 contos. O gestor da empresa precisa de determinar o número de horas que cada linha de produção deve trabalhar na próxima semana e determinou os objectivos seguintes classificados de acordo com a sua prioridade.

1. Produzir 180 máquinas por semana.
2. Limitar as horas extraordinárias na linha 1 a 5 horas.
3. Evitar a subutilização das horas normais nas duas linhas de produção. Diferentes ponderações devem ser atribuídas em função da produtividade de cada linha.
4. Limitar o uso de horas extraordinárias nas duas linhas de

de produção. Diferentes ponderações devem ser dadas de acordo com o custo relativo de cada hora extraordinária. Assume-se que o custo de produção é idêntico para as duas linhas de produção.

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Antes de formularmos o modelo vamos tomar em linha de conta dois pontos. Primeiro, considerando que a taxa de produtividade da linha um é de duas unidades em oposição com 1,5 da linha dois, o gestor deseja evitar mais a subutilização das horas normais na linha um do que na linha dois. Segundo, o critério para determinar as diferentes ponderações do quarto objectivo está associado com o custo relativo das horas extraordinárias. Sendo a taxa de produtividade de 2 e 1,5 máquinas por hora, também o custo resultante da utilização de 1 hora extraordinária na linha 2 é maior que o custo na linha 1. O rácio do custo relativo das horas extraordinárias nas duas linhas é de 3 para 4.

Passemos agora à formulação do modelo:

$$\text{Minimizar } Z = P_1 d_1^- + P_2 d_4^+ + 4P_3 d_2^- + 3P_3 d_3^- + 4P_4 d_3^+ + 3P_4 d_4^+$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 1.5x_2 + d_1^- - d_1^+ = 180$$

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 40$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 40$$

$$d_2^+ + d_4^- - d_4^+ = 5$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

$$(j=1,2 ; i=1,2,3,4)$$

onde

x_1 = número de horas totais usadas na linha de produção 1.

x_2 = número de horas totais usadas na linha de produção 2.

d_1^- = número de máquinas produzidas a menos do que 180.

d_1^+ = número de máquinas produzidas a mais de 180.

d_2^- = número de horas usadas na linha 1 a menos do que 40.

d_2^+ = número de horas usadas na linha 1 a mais do que 40.

d_3^- = número de horas usadas na linha 2 a menos do que 40.

d_3^+ = número de horas usadas na linha 2 a mais do que 40.

d_4^- = número de horas extraordinárias usadas na linha 1 a menos que

d_4^+ = número de horas extraordinárias usadas na linha 1 a mais que 5

Na resolução do caso apresentado foi usado o método do *simplex* modificado ⁽⁶⁾. A tabela 1 mostra a solução mais satisfatória para o problema. É uma solução óptima no sentido em que permite ao gestor realizar os objectivos o mais possível atendendo às restrições apresentadas.

C_j	C_b	base	b_i^*	P_1		$4P_3$	$3P_3$	$3P_4$		$4P_4$	P_2
				X_1	X_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_2^+
$4P_4$		d_3^+	20		$2/3$	$-4/3$	-1	$-4/3$	$-1/3$		$4/3$
0		X_1	45	1		1		1	$-1/4$		-1
0		X_2	60		1	$2/3$	$-4/3$	$-4/3$	$-1/3$		$4/3$
$3P_4$		d_2^+	5					1	$-1/4$	1	-1
$Z_j - C_j$		P_4	95		$8/3$	$-16/3$	-4	$-7/3$	$-25/12$		$7/3$
		P_3	0			-3	-3				
		P_2	0								-1
		P_1	0		-1						

TABELA 1

A solução indica que a linha 1 deve estar em operação durante 45 horas ($x_1 = 45$) e a linha 2 durante 60 horas ($x_2 = 60$). A linha de produção 1 deve utilizar 5 horas extraordinárias ($d_2^+ = 5$) enquanto a linha 2 deve utilizar 20 horas ($d_3^+ = 20$). O grau de realização dos objectivos para esta solução indica que os primeiros três objectivos são completamente conseguidos mas o quarto objectivo não pode ser realizado, $Z_j - C_j (P_4) = 95$. Isto resulta do facto de o recurso a horas extraordinárias ser necessário para se conseguir obter os objectivos de produção. Em outras palavras o quarto objectivo é sacrificado a favor do objectivo mais importante (produzir 180 máquinas de filmar durante a semana).

ANÁLISE DA SOLUÇÃO FINAL

Como se pode ver na tabela 1, o quarto objectivo não é completamente satisfeito, porque existe pelo menos um valor positivo de $Z_j - C_j$ no nível P_4 e não existem valores positivos de $Z_j - C_j$ nos níveis P_1, P_2, P_3 . Dois valores positivos ainda se mantêm na matriz $C_j - Z_j$, $8/3$ na coluna d_1^- e $7/3$ na coluna d_4^+ . Obviamente, que a realização do quarto objectivo pode ser melhorada se se introduzir a variável d_1^- ou d_4^+ na solução básica. Encontramos contudo, um valor negativo (-1) no nível P_1 na coluna d_1^- e também outro valor negativo (-1) no nível P_2 na coluna d_4^+ . Isto significa que se d_1^- for introduzido na solução básica final a realização do quarto objectivo pode ser melhorada em detrimento do primeiro objectivo. Pela mesma ordem de ideias se a variável d_4^+ for introduzida na solução, o

quarto objectivo será melhorado mas agora em detrimento do segundo . Assim, não se deve introduzir na solução quer o \bar{d}_1 quer o d_4^+ , pois a realização de objectivos com prioridade mais alta seria prejudicada.

Fazendo uma análise dos valores da linha $Z_j - C_j$, pode-se determinar aonde existem conflitos entre os objectivos. Neste caso existem conflitos entre o primeiro e quarto objectivo na coluna \bar{d}_1 e entre o segundo e quarto objectivo na coluna d_4^+ . Esta análise permite ao gestor determinar com precisão como deve arranjar a estrutura de prioridades se quiser que a sub-realização dos objectivos em níveis inferiores seja completamente obtida. Este processo fornece uma oportunidade ao gestor para avaliar a maneira como os objectivos foram classificados dentro da escala de prioridades. Uma análise do corpo do quadro permite-lhe ainda identificar as relações de troca entre os diferentes objectivos. Por exemplo na tabela 1, se forem introduzidas 30 unidades de \bar{d}_1 na solução, o quarto objectivo será melhorado de 80. Contudo, este procedimento implicará a redução do fabrico de 30 máquinas de filmar. A taxa marginal de substituição neste caso será de 1:1. O mesmo tipo de análise pode ser feito para a coluna d_4^+ . Uma análise do quadro final da solução fornece uma grande quantidade de informação e uma visão do ambiente de decisão bem como da escala de prioridades definida pelo gestor.

TÓPICOS A PONDERAR NA PROGRAMAÇÃO POR OBJECTIVOS

Em muitos dos problemas de decisão com múltiplos e conflictuosos objectivos, as variáveis de decisão apenas têm sentido se assumirem valores discretos. Variáveis de decisão deste tipo podem ser pessoas componentes de equipamento, linhas de montagem, projectos de trabalho público, etc. Estas variáveis podem tomar um valor discreto bastando para isso arredondar o seu valor na solução obtida pelo algoritmo regula da programação por objectivos. Contudo, o procedimento de arredonda para o inteiro mais próximo conduz muitas vezes, a uma solução impossível ou não óptimal e, no caso de os valores das variáveis serem pequenos, como os dos problemas de programação 0 — 1, pode produzir erros muito significativos. Assim, existe uma necessidade de desenvolver eficientes técnicas que permitam resolver os problemas de programação por objectivos inteiros.

A análise dos efeitos das mudanças de parâmetros depois de determinada a solução final é importante em qualquer processo de solução. A análise de sensibilidade mostra-se muito importante para a programação por objectivos. Existem vários estudos publicados relativos à dualidade da programação por objectivos. Contudo, o valor da dualidade

neste tipo de programação não parece ser tão aparente como na programação linear. Uma razão importante apontada prende-se com o facto de os objectivos de gestão não estarem sujeitos a mudança de uma forma tão aleatória como o caso dos coeficientes da função objectivo de um problema de programação linear. Por outras palavras, se um gestor considerar determinado objectivo como importante, concerteza que não estará interessado na análise sistemática das mudanças da solução final produzidas por considerar esse objectivo como menos prioritário. Outra razão apontada tem a ver com o facto de ser possível obter a informação do modelo dual a partir do quadro final da solução primal.

O método modificado do simplex mostra-se efectivo em resolver problemas de programação linear. Para problemas não lineares, não é possível o uso do algoritmo do simplex. Presentemente, não existe uma aproximação universal que permita resolver eficientemente todas as classes de problemas de programação não linear. Parece que a hipótese mais promissora de resolver este tipo de problemas consiste na transformação do problema inicial numa aproximação linear aceitável que permita a aplicação do algoritmo do *simplex*.

Inicialmente a decomposição de modelos ligava-se com a insuficiência de computação que permitisse resolver problemas lineares de grande dimensão. Mais recentemente, a análise por decomposição tem merecido uma atenção crescente causada por duas importantes características:

1. A técnica de decomposição pode ser utilizada para a distribuição de recursos em organizações descentralizadas.

2. Permite fornecer à gestão das organizações descentralizadas uma visão de desenvolvimento das estruturas organizacionais e de informação de sistemas.

CONCLUSÃO

A programação por objectivos é uma aproximação matemática para tratar com problemas de decisão que tenham múltiplos, conflictuosos e incomensuráveis objectivos. Para fazer uso da programação por objectivos, o gestor deve classificar os objectivos de acordo com a sua importância. Na resolução do problema de programação por objectivos, os objectivos com prioridade mais baixa são muitas das vezes sacrificados em detrimento de objectivos com um nível de prioridade mais alta. Se o gestor descobrir uma restrição intolerável ou não satisfatória na solução final pode reavaliar os objectivos bem como a toda a estrutura de prioridade definida. Consequentemente, a programação por objectivos fornece ao gestor uma visão do modo como desenvolveu a estrutura de preferência dos objectivos bem como informação das implicações da sua escolha.

Programas de computadores permitem que esta técnica seja mais

uma ferramenta de trabalho de grande utilidade ao dispôr do gestor como o prova o grande aumento das áreas de aplicação em que está a ser usada.

REFERÊNCIAS

- (1) Lee/Moore/Taylor Management Science, Wm. C. Brown Company Publishers, 1981.
- (2) Charnes, A., and Cooper, W.W. Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1961.
- (3) Y. Ijiri, Management Goals and Accounting for Control Chicago: Rand McNally, 1965.
- (4) Jaaskelainen, V. Accounting and Mathematical Programming, Helsinki: Research Institute for Business and Economics, 1969.
- (5) Sang Lee, Goal Programming for Decisions Analysis, Philadelphia: Auerbach Publisher, Inc 1972.
- (6) Taylor, Bernard W., Introduction to Management Science, Wm. C. Brown Company Publishers, 1982.