

Instituto Politécnico da Guarda
Escola Superior de Tecnologia e Gestão

Gestão de Projectos

Amândio Pereira Baía



estg

escola superior de tecnologia e gestão
INSTITUTO POLITÉCNICO DA GUARDA



Ensino de qualidade na cidade mais alta



Ficha Técnica:

Colecção de Manuais da ESTG

Título:

"Gestão de Projectos"

Autoria:

Professor Doutor Amândio Baia

Edição:

Escola Superior de Tecnologia e Gestão da Guarda

Impressão:

Serviço de Artes Gráficas e Reprografia do IPG

Tiragem:

100 Exemplares

ISSN 1645-8281

Outubro 2006

GESTÃO DE PROJECTOS



Amândio Bara

Sobre o Autor

Amândia Pereira Baía

Professor da Área de Gestão
Instituto Politécnico da Guarda



Licenciado em Gestão
MSc in Industrial Management
PhD in Statistics & Operational Research

PORTUGAL
USA
ENGLAND

Eleito Sócio da BETTA GAMMA SIGMA

BETTA GAMMA SIGMA



is the only honorary society in the field of Business Administration recognized by the American Assembly of Collegiate Schools of Business. Election to membership in BETTA GAMMA SIGMA is the highest scholastic honor that a student in Business Administration can win.

Instituto Politécnico da Guarda

Escola Superior de Tecnologia e Gestão

Av Sá Carneiro

6900 GUARDA

Portugal





Prefácio

Apenas uma menção especial a todos os alunos a quem leccionei, talvez a razão de ser destes apontamentos.

Índice

	Página
Gestão de Projectos	1
Planeamento do Projecto.....	2
Calendarização do projecto	2
Técnicas de Gestão de Projectos: PERT e CPM.....	4
Estrutura do PERT e do CPM	6
Actividades, Acontecimentos e Nós	7
Identificação das Actividades e das Relações de Precedência.....	7
Construção da Rede.....	7
Exemplo 1	9
Exemplo 2	10
Actividades e Acontecimentos Fictícias	11
Exemplo 3	11
Empresa de Consultoria	13
Cálculo do Caminho Crítico	14
Variabilidade nos Tempos das Actividades	22
Cálculo do Valor Esperado de uma Actividade	23
Cálculo do Desvio-Padrão do Tempo Estimado para Cada Actividade	24
Probabilidade de Completar o Projecto a Tempo	24
Empresa Metal	26
PERT/Custo	30
Monitorização e Controlo dos Custos do Projecto	34
Partição do Projecto com o CPM	36
Partição do Projecto usando a Programação Linear	38
Empresa Metal – Meios Monetários Adicionais Disponíveis	43
Empresa de Consultoria	45
Empresa de Consultoria – Meios Monetários Adicionais Disponíveis	49
Críticas ao PERT e CPM	51
Alternativa GERT	51
Software de Gestão de Projectos	53
Gestão de Projectos e Desenvolvimento de Software	54
Sumário	55
Bibliografia	56
Questões e Problemas	58

Gestão de Projectos



A técnica de gestão de grandes projectos é uma arte honorífica e antiga. Aproximadamente 2600 AC, os Egípcios construíram a Grande Pirâmide para o Rei Khufu. O historiador Grego Herodotus afirma que, 400000 homens trabalharam durante 20 anos para construírem esta estrutura. Muito embora estes valores sejam, hoje, questionáveis não existe contudo dúvida sobre a grandiosidade do projecto.

Num ou noutro momento, qualquer empresa se vê confrontada com um projecto complexo e de larga dimensão. A construção, por exemplo, da Ponte Vasco da Gama, envolveu a realização de milhares de actividades extremamente onerosas.

Quase todas as indústrias se preocupam sobre como gerir, de forma efectiva, projectos de larga escala. Os desafios são grandes. Milhões de euros têm sido desperdiçados em virtude de um planeamento deficiente. Demoras **desnecessárias** têm ocorrido devido a pobres calendarizações. Empresas foram à falência devido a controlos ineficientes.



Projectos especiais que demoram meses ou anos a completar são geralmente desenvolvidos fora do processo normal do sistema de produção. Muitas vezes, são criadas equipas especiais, para tratar especificamente destas tarefas, que depois de concluídas são desmanteladas.

A gestão de projectos de larga dimensão envolve três fases:

- Planeamento
- Calendarização
- Controlo



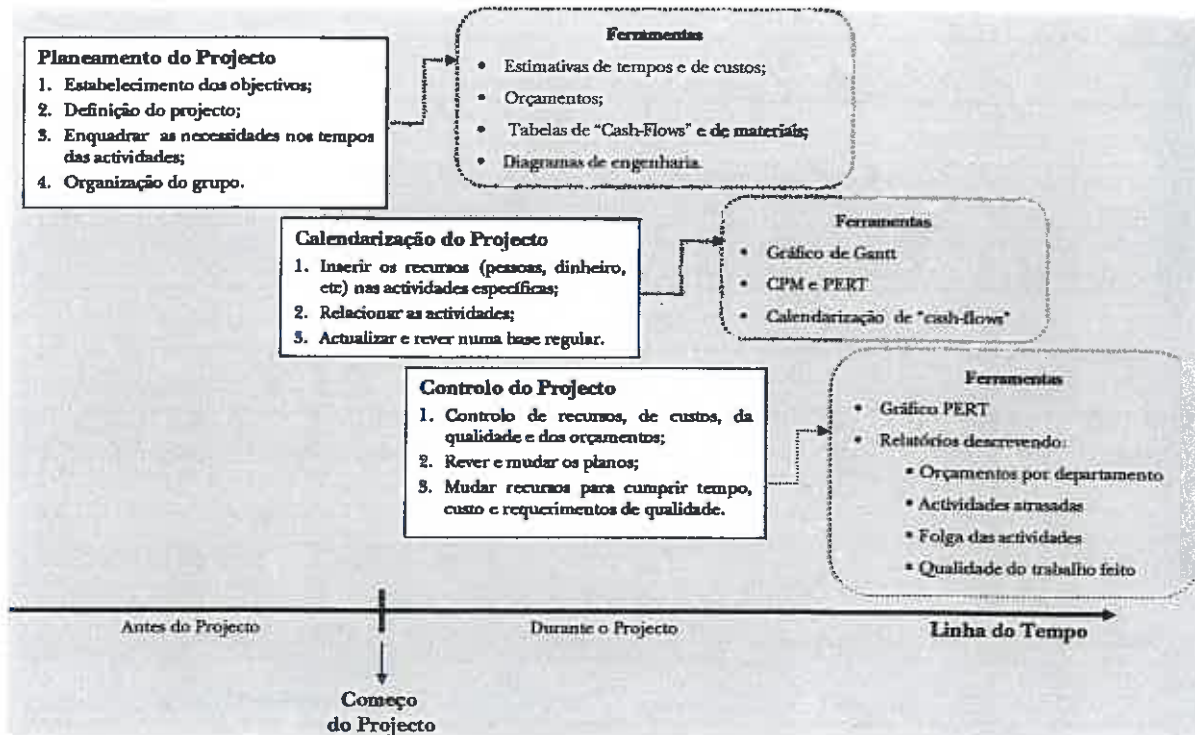


Figura 1

Planeamento do Projecto

Os projectos podem ser, usualmente, definidos como uma série de tarefas direccionadas para determinado *output*. Muitas vezes é preciso desenvolver uma nova forma de organização para que a empresa continue a laborar no dia a dia de forma suave enquanto os novos projectos são desenvolvidos – **organização do projecto**.

Na fase de planeamento do projecto, deve encontra-se uma maneira efectiva de ligar as pessoas e os recursos físicos necessários, por um tempo limitado, de modo a completar um projecto específico. A organização do projecto funcionará melhor se:

- O trabalho puder ser definido com um objectivo específico e com prazo de finalização;
- A tarefa for única ou de alguma maneira não familiar para a organização;
- O trabalho conter tarefas complexas e interrelacionadas que requerem talentos especiais;
- O projecto for temporário mas crítico para a organização.



Calendarização do Projecto

A calendarização do projecto determina a sequência de tempo em que as actividades do projecto devem ser desenvolvidas. Materiais e pessoas necessários, em qualquer estágio

da produção, são calculados nesta fase bem como o tempo requerido para a realização de cada actividade.

Uma aproximação popular da calendarização do projecto é o **gráfico de Gantt**. Estes gráficos reflectem as estimativas de tempo e podem ser facilmente compreendidos. Barras horizontais são desenhadas para cada actividade do projecto numa linha do tempo.

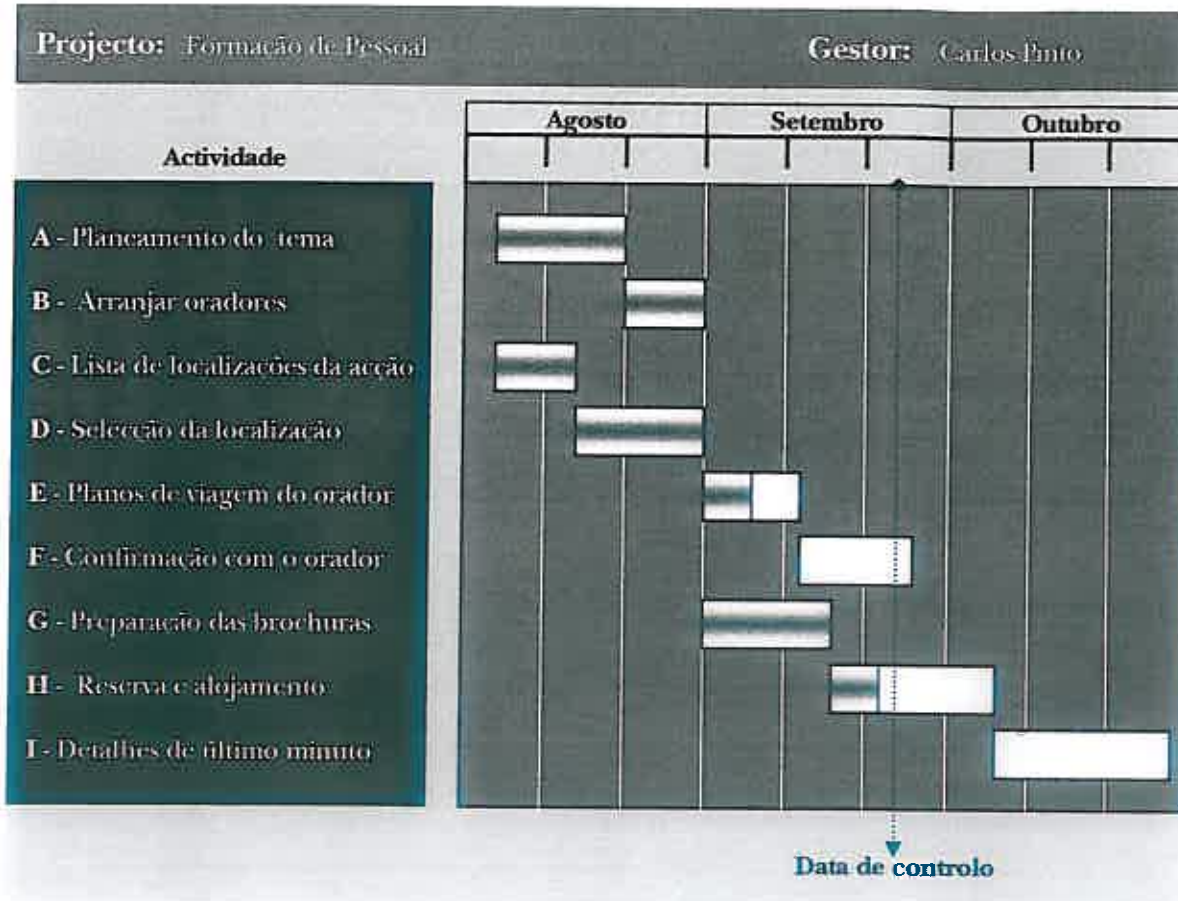


Figura 2

As tabelas Gantt são formas baratas de ajudar os gestores a terem a certeza de que:

- Todas as actividades foram agendadas;
- Foi estabelecida uma ordem de precedência;
- As estimativas de tempo das actividades foram registadas;
- O tempo total do projecto foi desenvolvido.



O progresso das actividades é registado, logo que o projecto comece, sombreando as barras horizontais à medida que dada actividade seja parcial ou totalmente concluída. Por exemplo, vemos na tabela anterior que, à data de controlo, as actividades A, B, C, D e G estão em dia, isto é, já foram concluídas.

As actividades E, F e H estão atrasadas à data de controlo. Veja-se na figura 2 que não está sombreada a barra respectiva, até à linha que limita a data de controlo.

Este tipo de tabelas apenas pode ser usadas em projectos simples. Permitem aos gestores observar o progresso de cada actividade, detectar e manipular as origens dos problemas. Não são facilmente actualizáveis e pior do que isso não ilustram a interdependência entre as actividades e os recursos.

Em projectos complexos, a calendarização, relacionamento e interdependência entre as actividades é feita pelo PERT e CPM que englobam a filosofia subjacente às tabelas de Gantt. Mesmo em projectos de grande dimensão, as tabelas Gantt podem ser usadas como um sumário do estatuto actual do projecto e podem complementar outras aproximações usadas na análise da rede.

Técnicas de Gestão de Projectos: PERT e CPM



O Program Evaluation and Review Technique (PERT) e o Critical Path Method (CPM), foram ambos desenvolvidos no fim dos anos 50 para ajudar os gestores a calendarizar, monitorar e controlar projectos complexos e de grande dimensão.

O CPM apareceu primeiro, em 1957, como uma ferramenta desenvolvida nos EUA por J E Kelly na Remington Rand e por M R Walker na DuPont para os ajudar na construção e na manutenção dos edifícios químicos da DuPont.

De forma independente, o PERT foi desenvolvido em 1958 pelo Exército Americano para suportar e ajudar no planeamento do projecto do Míssil Polaris.

PERT

Um método usado para gerir projectos onde alguns dos tempos necessários para concluir as tarefas individuais são incertos.

Tal como foram desenvolvidas originalmente, estas técnicas, muito embora similares, diferiam no tratamento do tempo e do custo. Ambas são orientadas para o tempo, mas, originalmente, as estimativas do tempo eram assumidas probabilísticas no PERT e determinísticas no CPM.

- O PERT foi desenvolvido para acomodar as incertezas que existem na determinação do tempo necessário para completar as várias actividades do projecto. Inicialmente, o PERT foi aplicado, essencialmente, na investigação e no desenvolvimento de projectos.
- O CPM que assumia conhecer com certeza quer o tempo quer os custos, preocupava-se mais com a troca entre tempo/custo – ou seja a troca entre a data de acabamento do projecto e o custo do projecto. O CPM foi usado em projectos mais comuns e familiares, tal como na construção, em que os custos e os tempos podem ser estimados com um certo grau de certeza.

CPM

Um método usado para gerir projectos em que os tempos necessários para concluir as tarefas individuais são conhecidos com relativa certeza.

Contudo, este grau de distinção no uso das duas técnicas, desapareceu largamente. As versões computadorizadas, frequentemente, acomodam opções para tratar as incertezas do tempo e a análise de troca de tempo/custo.



O PERT e o CPM não são técnicas de optimização. São sim uma ferramenta descritiva ou previsional cujo valor assenta na informação que fornecem – determinação do tempo de acabamento do projecto e identificação das actividades que são críticas para o acabamento do projecto na totalidade. Com esta informação, os gestores de projecto podem trabalhar para concluir o projecto a tempo e dentro (próximo) do orçamento programado sem sacrificar a qualidade.

O PERT e o CPM são importantes porque podem ajudar a responder a questões, como as que se seguem, sobre projectos com milhares de actividades:



- Quando é que o projecto será concluído?
- Quais as actividades ou tarefas que são críticas, isto é, que se atrasarem comprometerão a realização do projecto na data prevista?
- Quais as actividades ou tarefas não críticas, isto é, as que podem atrasar sem comprometer a data de realização do projecto?
- Qual a probabilidade de o projecto ser concluído numa dada data?
- Numa data particular, o projecto está atrasado, adiantado ou em dia?
- Numa dada data, o dinheiro gasto é maior, menor ou igual à quantidade orçamentada?
- Existem recursos suficientes para concluir o projecto na data prevista?
- Se o projecto tiver que ser concluído num espaço de tempo mais curto, qual a melhor maneira de o fazer ao menor custo?

O PERT/CPM têm sido usados para planear, calendarizar e controlar uma grande variedade de projectos, tais como:



- Desenvolvimento e investigação de novos produtos e processos;
- Construção de edifícios, fábricas, estradas, etc;
- Manutenção de equipamento complexos e de grande dimensão;
- Desenho e instalação de novos sistemas de fabrico, de computadores, de contabilidade, etc.

Estrutura do PERT e do CPM

Existem seis etapas comuns tanto ao PERT como ao CPM:

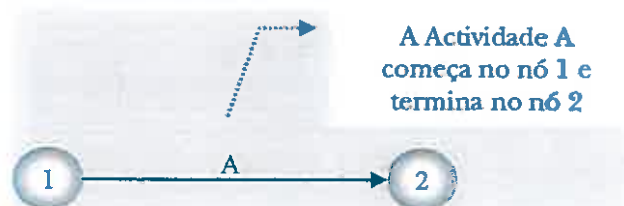
1. Defina o projecto bem como todas as suas actividades ou tarefas significantes;
2. Desenvolva a interdependência entre as tarefas. Decida quais as actividades que devem preceder e seguir outras actividades;
3. Desenhe a rede que liga todas as actividades;
4. Atribua estimativas de custo e/ou de tempo a cada actividade;
5. Calcule o caminho mais demorado através da rede – o chamado **caminho crítico**;
6. Use a rede para o ajudar a planear, calendarizar, monitorar e controlar o projecto.

A etapa 5, encontrar o caminho crítico, representa a grande parte do controlo de um projecto. As actividades no caminho crítico representam tarefas que, se atrasarem comprometem a realização do projecto na data prevista.

Actividades, Acontecimentos e Redes

A primeira etapa do PERT/CPM é dividir o projecto em acontecimentos e actividades. Um **acontecimento** marca o começo ou a conclusão de uma dada tarefa ou actividade. Uma **actividade**, por outro lado, é uma tarefa ou um sub-projecto que ocorre entre dois acontecimentos. A tabela seguinte confirma esta definição e mostra os símbolos usados pra representar os acontecimentos e as actividades.

Nome	Símbolo	Descrição
Acontecimento	○ (nó)	Um ponto no tempo, usualmente uma data de começo ou de acabamento de uma actividade.
Actividade	→ (seta)	Um fluxo no tempo, usualmente uma tarefa ou um sub-projecto.



Esta aproximação é a mais comum no desenho da rede e é chamada de *Activity-on-Arrow* - convenção (AOA). A segunda convenção, não usada por nós para evitar confusão, é

chamada de *Activity-on-Node* (AON). Na convenção AON os nós são usados para designar actividades.

Qualquer projecto que possa ser descrito por actividades e acontecimentos pode ser analisado por uma rede PERT.

Identificação das Actividades e das Relações de Precedência

A etapa inicial da aproximação PERT/CPM passa por uma análise do projecto, resultando na identificação de todas as actividades associadas com o projecto. Na terminologia de rede, uma **actividade** é uma tarefa ou trabalho que necessita de recursos e tempo para a sua realização. Depois de todas as actividades estarem identificadas é essencial determinar como é que estas actividades se interrelacionam. Estas ligações são indicadas identificando as relações de precedência.

A actividade subsequente não pode começar até que a actividade precedente tenha sido realizada. É fundamental compilar uma lista completa de todas as actividades do projecto e das suas predecessoras imediatas.

Construção da Rede

A rede PERT/CPM apresentará de forma gráfica as actividades do projecto e a sua interdependência, mostrando relações correctas de precedência.

Como referimos anteriormente, as **actividades** são tarefas que consomem recursos e incorrem custos. Os **acontecimentos** são marcos do projecto que **ocorrem** em pontos de tempo específicos e não consomem recursos nem tempo. Os acontecimentos servem como pontos de ligação entre as actividades – representam o acabamento de certas actividades e o começo de outras.

A figura 3 apresenta algumas representações simples de redes.

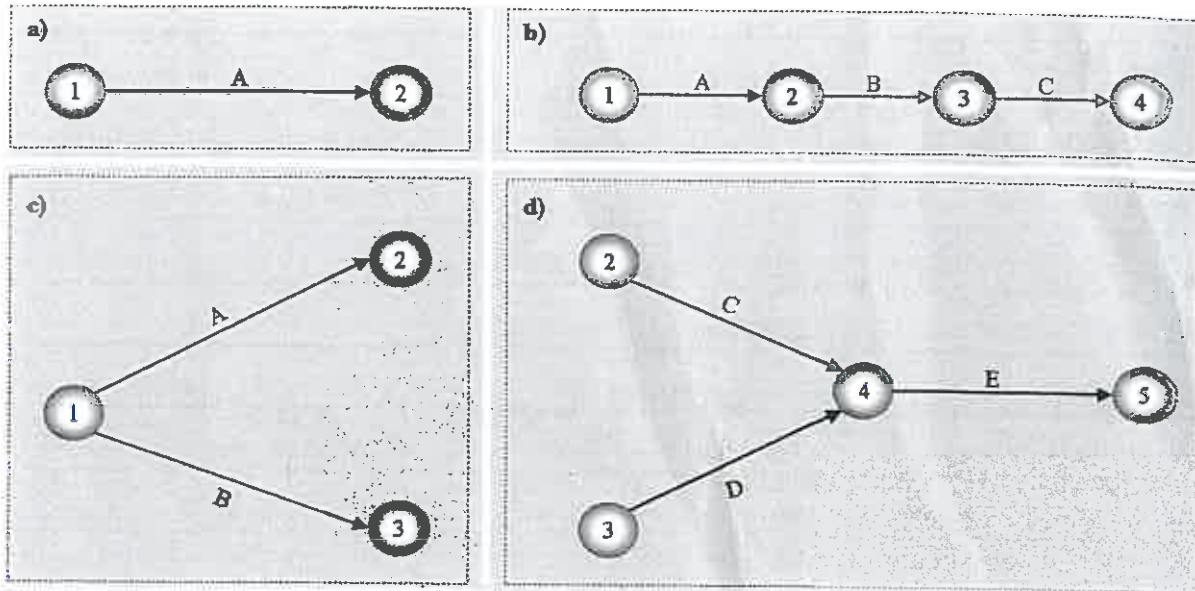


Figura 3

Figura 3:

- a) Representa uma actividade A que começa no nó 1 e acaba no nó 2;
- b) Mostra uma rede sequencial em que a actividade C é precedida pela actividade B e esta é precedida pela actividade A;
- c) Mostra duas actividades simultâneas A e B que começam no mesmo nó mas terminam em nós diferentes;
- d) Mostra uma relação de precedência, em que a actividade E apenas pode começar depois de as actividades C e D estarem concluídas.

Depois de termos uma lista rigorosa de todas as actividades do projecto e das suas actividades predecessoras, organizadas de uma forma lógica, a rede pode ser construída. Não aconselhamos a construção da rede sem a lista de actividades e das suas predecessoras.

Algumas regras e sugestões para desenhar a rede PERT/CPM são apresentadas a seguir:

- Cada actividade é representada apenas por uma seta - isto é, nenhuma actividade pode ser representada duas vezes.
- As setas apenas indicam precedência; o comprimento não é proporcional à duração. As setas não precisam de ser linhas rectas mas genericamente devem mover-se da esquerda para a direita.
- Cada actividade (representada por uma seta) deve começar e acabar num nó (acontecimento). A rede começa e acaba com um único nó.

- Cada actividade deve começar no nó em que a(s) actividade(s) predecessora(s) acabe(m); isto é, antes que uma actividade possa começar todas as actividades precedentes devem ter terminado.
- Dois acontecimentos (nós) não podem ser directamente ligados por mais de uma actividade. Ou seja, duas ou mais actividades não podem partilhar de forma simultânea o mesmo início e o mesmo fim de actividades. **Actividades fictícias** devem ser usadas quando existirem actividades concorrentes para não violar esta regra.

A construção da rede começa com qualquer actividade (ou actividades) que não tenha precedente (o início do projecto). A rede cresce para a direita. A numeração é feita de forma arbitrária. Os números identificam os acontecimentos e não indicam qualquer relação de precedência. Uma boa prática, contudo, é numerar os nós de modo a que o nó que representa o acabamento de uma actividade tenha um número mais alto do que o nó que representa o seu começo. Para redes de grande dimensão, será aconselhável numerar os acontecimentos em múltiplos de 10 ou deixar espaço na numeração de modo a que, mudanças ou adições possam ser incorporadas mais tarde.

À medida que cada actividade é adicionada à rede é necessário considerar quais as actividades que têm de ser realizadas antes que essa actividade possa começar, que actividades a seguem e que actividades ocorrem em simultâneo. Olhando para cada actividade ajuda-nos a assegurar que as relações de precedência representadas na rede estão correctas.

Antes de continuarmos, vejamos a construção de algumas redes simples.



Exemplo 1

Dada a seguinte informação, desenvolva uma rede:

Actividade	Predecessora Imediata
A	-
B	-
C	A
D	B

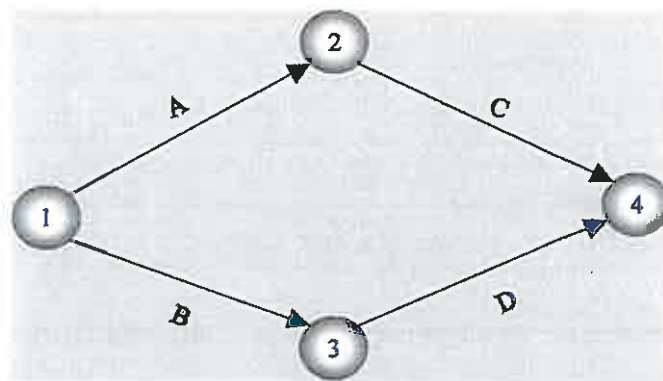


Figura 4

Note-se que atribuímos um número a cada acontecimento. Por exemplo, a Actividade A é uma actividade que começa com o acontecimento 1 e acaba no acontecimento 2. De uma forma geral, numeramos os nós da esquerda para a direita. O nó (acontecimento) inicial de todo o projecto tem o número 1, enquanto o último nó (acontecimento) tem o número mais alto. No exemplo apresentado o último nó tem o número 4.

Também podemos especificar as redes por acontecimentos e pelas actividades que ocorrem entre os acontecimentos.



Exemplo 2

Dada a seguinte tabela, desenvolva a rede correspondente:

Acontecimento Inicial	Acontecimento Final	Actividade
1	2	1-2
1	3	1-3
2	4	2-4
3	4	3-4
3	5	3-5
4	6	4-6
5	6	5-6

Em vez de usarmos uma letra para representar uma actividade e a sua actividade predecessora, podemos especificar as actividades pelo seu acontecimento inicial e final. Começando com a actividade que começa no nó 1 e termina no nó 2, podemos construir a seguinte rede:

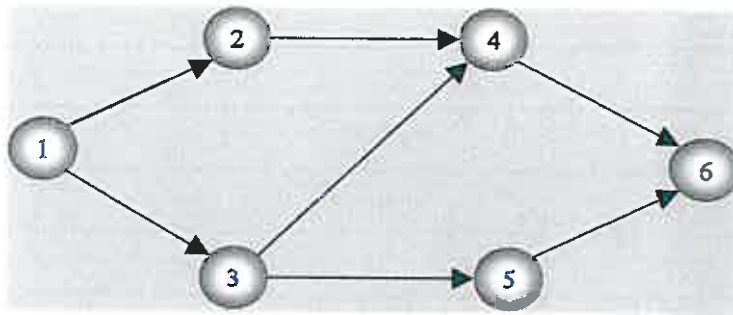


Figura 5

Actividades e Acontecimentos Fictícias

Podemos encontrar uma rede que tenha duas actividades com o mesmo acontecimento inicial e final. As **Actividades Fictícias** podem ser inseridas na rede para lidar com este problema. O uso deste tipo de actividades é especialmente importante quando quisermos usar programas de computador na determinação do caminho crítico, da data de acabamento do projecto, da variância do projecto, etc.

As actividades e acontecimentos fictícias também podem garantir que a rede reflecte de forma correcta o projecto em causa. O seguinte exemplo ilustra este procedimento.

Actividades Fictícias

São actividades imaginárias que não consomem tempo nem têm custo. São apenas usadas com o objectivo de preservar a precedência lógica da rede.



Exemplo 3

Desenvolva uma rede baseada na seguinte informação:

Actividade	Predecessora Imediata
A	-
B	-
C	A
D	B
E	C, D
F	D
G	E
H	F

Perante estes dados, podemos desenvolver a rede seguinte:

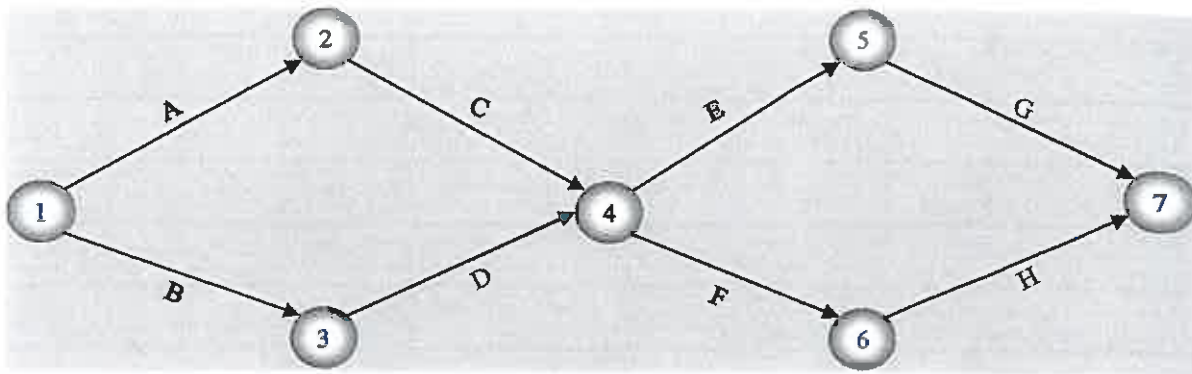


Figura 6

Vejam os a actividade F. De acordo com a rede da Figura 6, as actividades C e D devem estar realizadas antes de podermos iniciar a actividade F, mas na realidade, apenas a actividade D deve estar concluída (ver lista de actividades). Assim, a rede não está correcta. A adição de uma actividade e de um acontecimento fictício podem ultrapassar este problema, como se mostra a seguir:

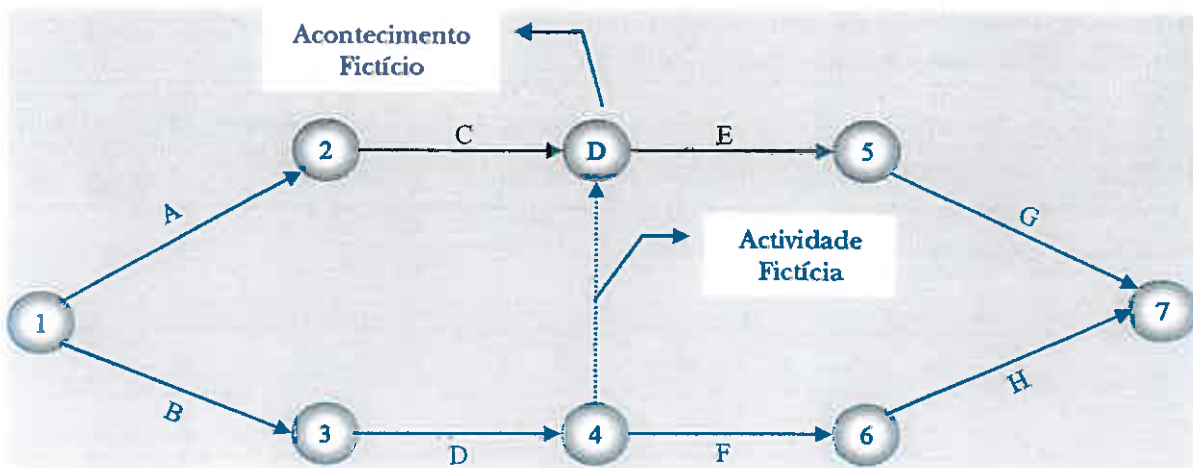


Figura 7

Agora a rede apresenta todas as relações apropriadas e pode ser analisada da forma usual. Uma actividade fictícia tem duração e custo zero.



Empresa de Consultoria

Uma empresa de Consultoria, sediada na Guarda, decidiu expandir a sua actividade para a cidade do Porto, onde existem três localizações possíveis. A direcção da empresa estabeleceu um prazo de 25 semanas para a realização deste projecto. Encarregou o senhor Lopes, para planear esta mudança, primordialmente, para ver se o prazo é cumprido.

A mudança é difícil de coordenar essencialmente por envolver diversos departamentos dentro da empresa. A empresa deve escolher uma entre três localizações possíveis. O departamento de pessoal deve escolher

quais os empregados a mudarem, quais as pessoas a contratarem e quem lhes deve dar formação. O departamento financeiro deve organizar e implementar os procedimentos operacionais e os arranjos financeiros para esta operação.

Os arquitectos devem desenhar e decorar os espaços interiores e perscrutar melhoramentos estruturais. Cada uma das localizações possíveis possui o espaço apropriado. Contudo, as divisões, os gabinetes, as facilidades de computação, o mobiliário, etc, deve ser adquirido.

Um segundo factor complicativo, é que existe uma interdependência das actividades. Por outras palavras, algumas partes do projecto não podem começar sem outras estarem concluídas. Consideremos dois exemplos: a empresa não pode proceder a arranjos interiores dos gabinetes sem que estes tenham sido desenhados, ou então contratar novos empregados antes de determinar as necessidades em pessoal.

O senhor Lopes está consciente de que o PERT/CPM foram desenvolvidos para estes tipo de projectos e não perde tempo em começar. A tabela seguinte mostra a lista de actividades preparada por ele para proceder a esta mudança. Esta é a parte mais importante de qualquer projecto PERT/CPM e, usualmente, é feita envolvendo várias pessoas, de modo a que actividades importantes não sejam esquecidas. Este esforço deve constituir um trabalho de equipa e de modo algum deve ser feito isoladamente.

Pensa ser possível ao senhor Lopes concluir o projecto no prazo estabelecido?

Actividade	Descrição	Actividade Predecessora Imediata	Tempo esperado de realização da actividade (em semanas)
A	Escolha da localização	-	3
B	Criação do plano organizacional e financeiro	-	5
C	Determinação das necessidades em pessoal	B	3
D	Desenho das facilidades	A, C	4
E	Construção do interior	D	8
F	Escolha do pessoal a mudar	C	2
G	Contratação de novo pessoal	F	4
H	Mudança de registos, pessoal-chave, etc	F	2
I	Arranjar ligações com instituições financeiras no Porto	B	5
J	Treinar o novo pessoal	H, E, G	3
	Total		39

Vejamos a construção da rede para este exemplo.

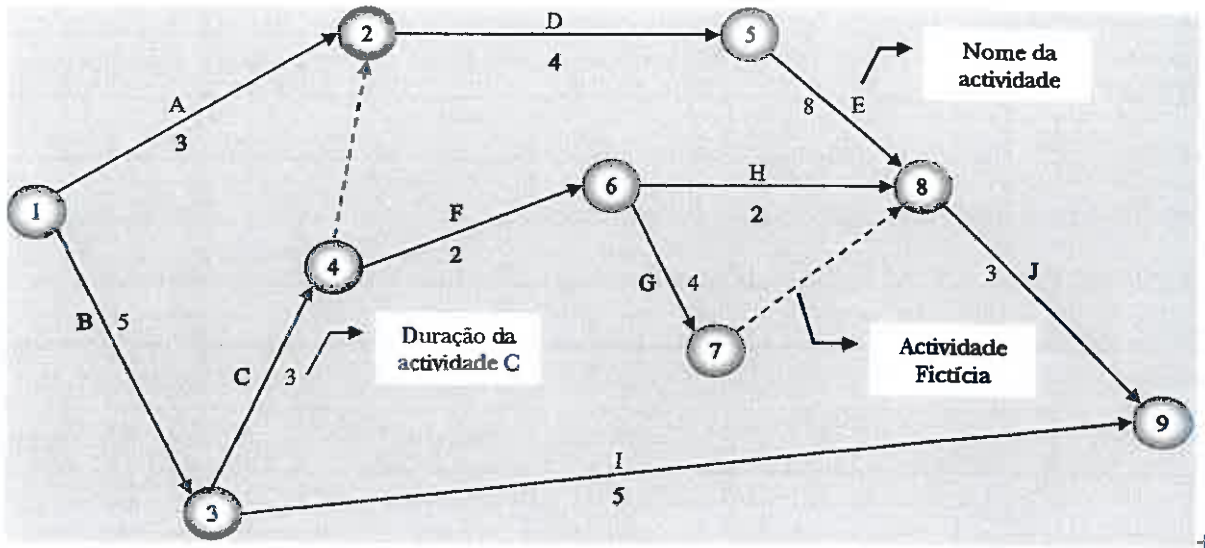


Figura 8

Cálculo do Caminho Crítico

Vejamos como calcular o caminho crítico da Empresa de Consultoria. Depois de desenharmos a rede, estamos prontos a continuar os cálculos para determinar o caminho crítico, o tempo esperado de acabamento do projecto e uma calendarização detalhada de cada actividade.

Muito embora, a tabela anterior mostre que o tempo total esperado para concluir o trabalho é de 39 semanas, podemos ver na rede que, algumas das actividades podem começar em simultâneo (A e B, por exemplo). Se formos capazes de trabalhar, em simultâneo, em duas ou mais actividades conseguimos acabar o projecto em menos das 39 semanas.

De modo a calcularmos uma estimativa da duração do projecto, temos de analisar a rede e determinar o chamado **caminho crítico**. Um caminho é uma sequência de actividades ligadas que nos conduzem do nó inicial (1) até ao nó de acabamento (9). As actividades ligadas, definidas pelos nós $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 9$ formam um caminho consistindo das actividades B, C, F, H e J. Os nós $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 9$ definem o caminho associado com as actividades A, D, E e J.

Caminho Crítico

Sequência de actividades críticas num projecto que ligam o começo e o fim do projecto.

Como todos os caminhos têm de ser “percorridos”, antes de completarmos o projecto, precisamos de analisar a quantidade de tempo que cada caminho requer. Em particular, estaremos interessados no caminho mais longo da rede – este determina o tempo esperado de duração do projecto.

Se actividades deste caminho forem atrasadas o projecto inteiro será atrasado. Então as actividades deste caminho são chamadas de **actividades críticas** e o caminho mais longo da rede é o **caminho crítico**. Se os gestores pretenderem reduzir a duração total do projecto, têm de diminuir a duração do caminho crítico reduzindo a duração das actividades críticas.

Vejamos então o algoritmo para encontrar o caminho crítico da rede.

- ➔ Começando na origem da rede (nó 1) e usando o tempo de partida 0, calcular um **tempo de começo (CC)** e **acabamento mais cedo (AC)** para cada actividade:

Consideremos a seguinte notação:

CC	=	tempo de começo mais cedo para cada actividade
AC	=	tempo de acabamento mais cedo para cada actividade
t	=	tempo esperado para a realização da actividade

A expressão seguinte pode ser usada para calcular o tempo de acabamento mais cedo de dada actividade:

$$AC = CC + t$$

Por exemplo, para a actividade A, $CC_A=0$ e $t_A=6$; então, o tempo de acabamento mais cedo para a actividade A é:

$$AC_A = CC_A + t_A = 0 + 6 = 6$$

No nosso texto, usaremos a seguinte notação para escrever estes tempos sobre a rede.

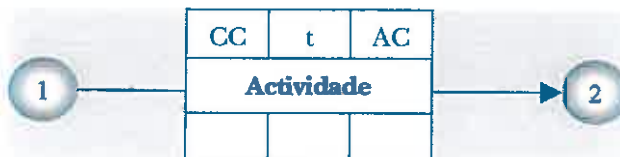
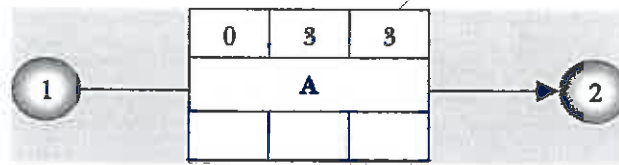


Figura 9

Usando a actividade A como exemplo, temos:



O tempo mais cedo de conclusão da actividade A é o momento 3.

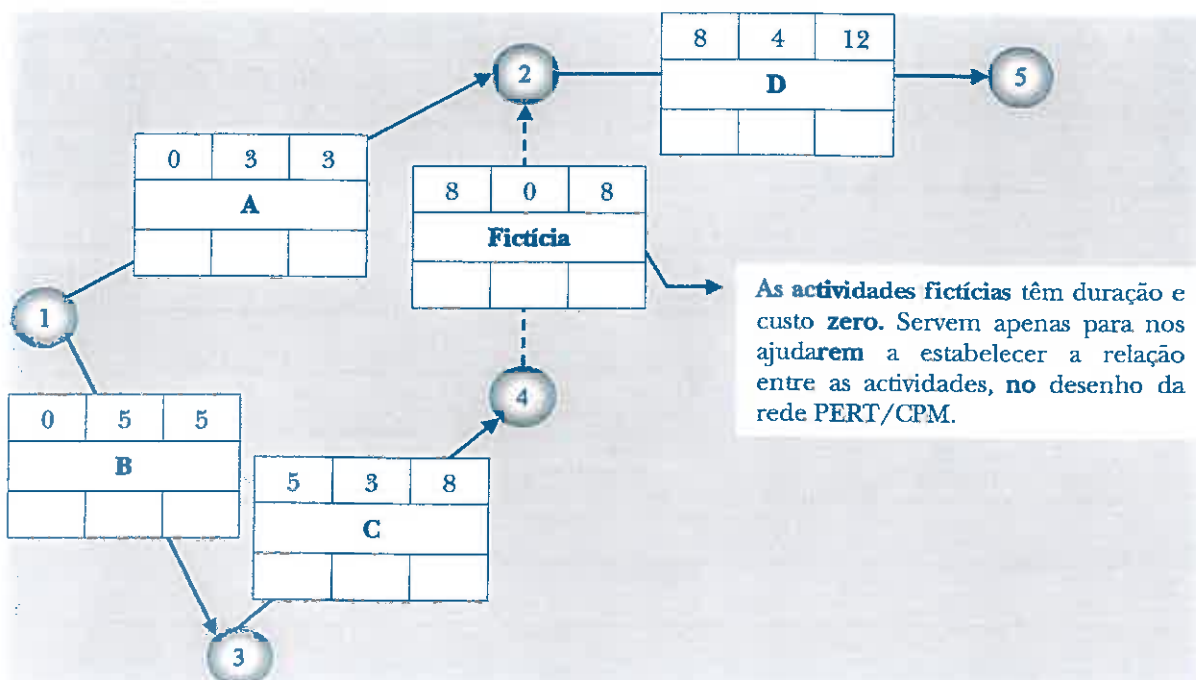
Figura 10

Como as actividades que se iniciam num dado nó, não podem começar antes que **todas** as actividades predecessoras tenham terminado, a regra seguinte pode ser usada para determinar o **tempo de começo mais cedo** para qualquer actividade:

Tempo de Começo Mais Cedo (CC) ★

O tempo de começo mais cedo para uma actividade que deixa um dado nó é igual ao **maior valor** dos tempos de acabamento mais cedo das actividades que entram nesse nó.

Se aplicarmos esta regra a uma parte da rede envolvendo os nós 1, 2, 3, 4 e 5, obtemos:



As actividades fictícias têm duração e custo **zero**. Servem apenas para nos ajudarem a estabelecer a relação entre as actividades, no desenho da rede PERT/CPM.

Figura 11

- Note-se que a aplicação da regra do Tempo de Começo mais Cedo ao nó 2 mostra que a actividade D não pode começar antes de as actividades de que depende (A e C) tenham terminado. Muito embora a actividade A esteja pronta no momento 3 a actividade C apenas está pronta no momento 8, o que obriga a que a actividade D apenas possa começar, o mais cedo no momento 8.

$$CC_D = \max(AC_A, AC_C) = \max(3, 8) = 8$$

- Também a actividade C não pode começar antes de a actividade B ter terminado ou seja antes do momento 5.

Continuando com uma análise, “de detrás para a frente”, da rede podemos determinar os tempos de começo e acabamento mais cedo de cada actividade.

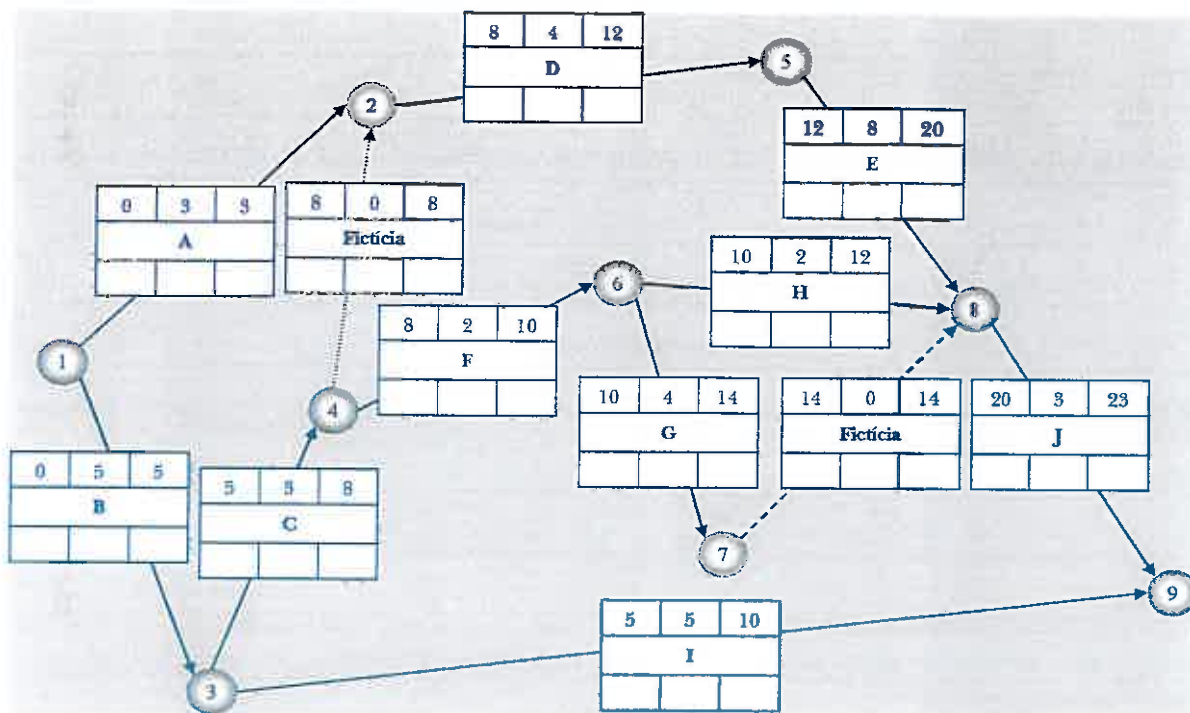


Figura 12

Note que o tempo de acabamento mais cedo da actividade J é de 23 semanas e também representa o tempo mais cedo de conclusão do projecto inteiro.

Vamos agora continuar o algoritmo procedendo a uma análise “da frente para trás”, para determinarmos o **caminho crítico**.

- Começando no nó 9 e usando o tempo mais cedo de acabamento de 23 semanas, para a actividade J, podemos determinar o **tempo de começo (CT)** e **acabamento mais tarde (AT)** de cada actividade:

CT	=	tempo de começo mais tarde para cada actividade
AT	=	tempo de acabamento mais tarde para cada actividade

A expressão seguinte pode ser usada para calcular o tempo de acabamento mais cedo de dada actividade:

$$CT = AT - t$$

Dado $AT_J=23$ e $t_J=3$ para a actividade J, o tempo de começo mais tarde para qualquer actividade pode ser calculado:

$$CT_J = AT_J - t_J = 23 - 3 = 20.$$

A regra seguinte, permite determinar o tempo de acabamento mais tarde para cada actividade da rede.



Tempo de Acabamento mais Tarde (AT)

O tempo de acabamento mais tarde para uma actividade que entra num dado nó é igual ao **menor valor** dos tempos de começo mais tarde de todas as actividades que deixam esse nó.

Por outras palavras, a regra anterior especifica que, o tempo mais tarde em que uma actividade pode acabar é igual ao menor valor dos tempos mais tarde de começo das actividades que a seguem.

Vamos agora juntar mais informação à tabela de codificação apresentada anteriormente:

CC	t	AC
Actividade		
CT		AT

A rede completa com os cálculos dos tempos de começo e acabamento mais tarde de cada actividade é apresentada no gráfico da figura 13.

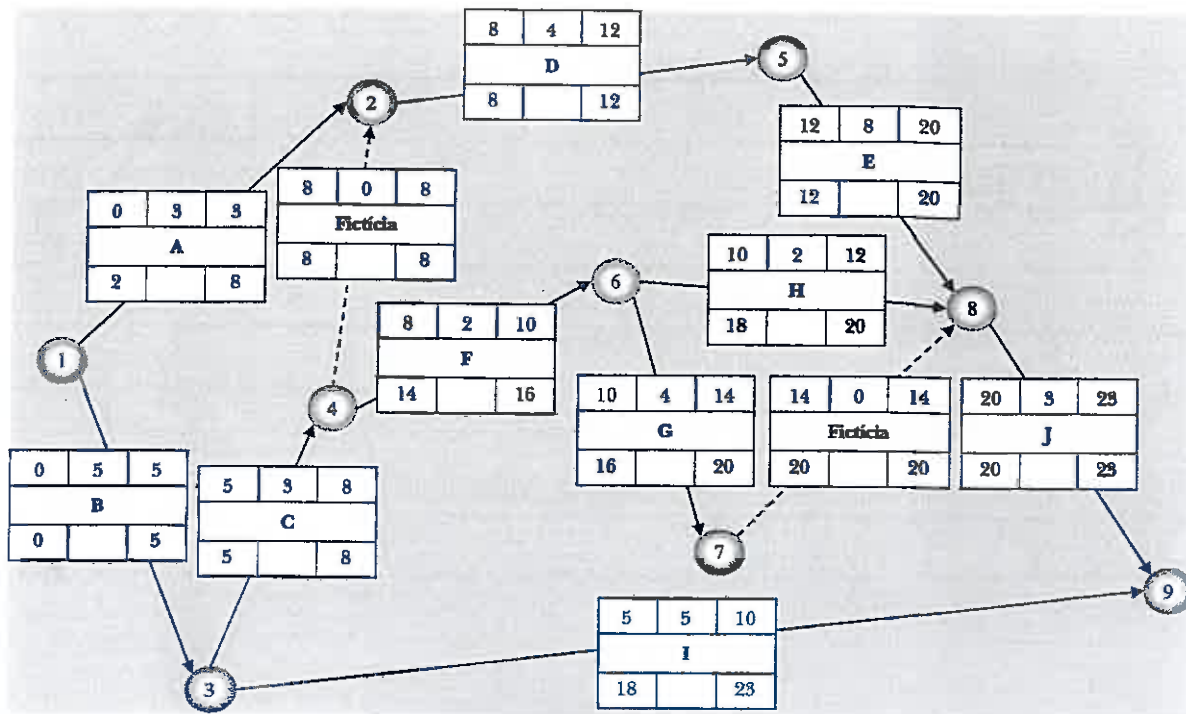


Figura 13

- Notemos, por exemplo, o cálculo dos tempos de começo e acabamento mais tarde, da actividade F que termina no nó 6. O tempo de acabamento mais tarde desta actividade ($AT_F=16$) é igual ao menor valor dos tempos de começo mais tarde das actividades que deixam o nó 6; isto é, o menor valor entre os CT das actividades G ($CT_G=16$) e H ($CT_H=18$) ou seja 16.

Visto de outra maneira mais simplista, a actividade F tem de estar pronta o mais tardar no momento 16 para que se termine o projecto total em 23 semanas. Notemos que as actividades, G e H, apenas podem começar depois da actividade F estar terminada. Como a actividade G pode começar o mais tardar no momento 16 (embora a actividade H possa começar no momento 18) então a actividade F tem de estar concluída o mais tardar no momento 16.

$$AT_F = \min(CT_H, CT_G) = \min(16, 18) = 16$$

- Vejam agora outro caso, por exemplo, o da actividade C. Quer a actividade F quer a D, apenas podem começar depois de a actividade C estar concluída. Como a actividade F pode começar o mais tarde no momento 14 e a actividade D no momento 8, então a actividade C tem de estar concluída o mais tardar no momento 8.


$$AT_C = \min(CT_F, CT_D) = \min(14, 8) = 8$$

- Note-se que toda esta análise de cálculo dos tempos de acabamento mais cedo e mais tarde das actividades é feita "da frente para trás".

Depois de termos calculado os tempos de começo e de acabamento, podemos determinar a folga associada a cada actividade. A **folga** é definida como o tempo que uma actividade pode demorar sem afectar a data de términos do projecto.

A folga de cada actividade pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\text{Folga} = \text{CT} - \text{CC} = \text{AT} - \text{AC}$$

Folga 

Quantidade de tempo que uma tarefa pode ser demorada sem afectar o tempo de acabamento mais cedo do projecto.

Por exemplo, calculemos para a actividade G a respectiva folga.

$$\text{Folga}_G = \text{CT}_G - \text{CC}_G = \text{AT}_G - \text{AC}_G = 16 - 10 = 20 - 14 = 6$$

Este valor indica que a actividade G pode atrasar num máximo de 6 semanas que o projecto ainda é concluído em 23 semanas.

De acordo com a nossa notação, vejamos onde escrever o valor da folga:

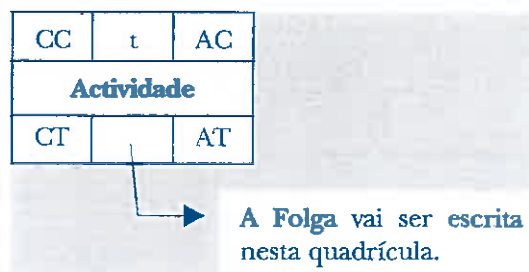


Figura 14

Por exemplo, para a actividade C, , teremos:

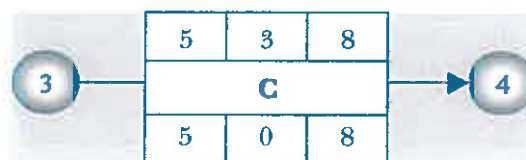


Figura 15

Vejamos agora a rede PERT/CPM completa:

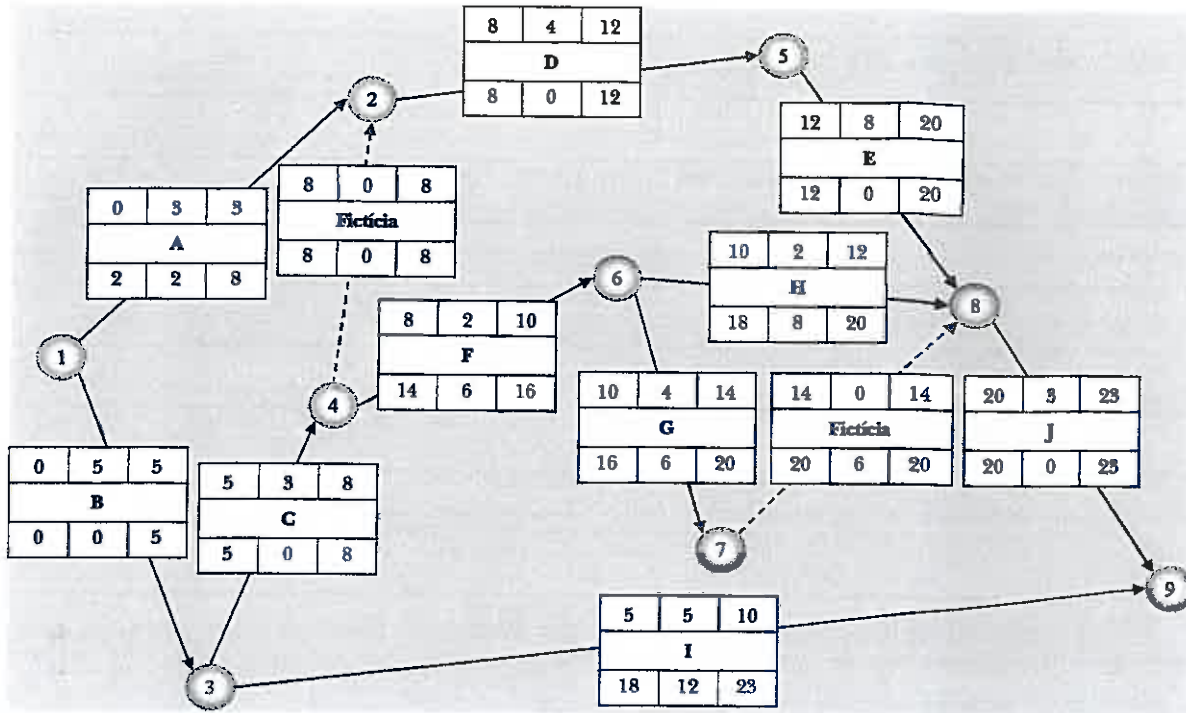


Figura 16

- Note-se que as actividades A, F, G, H e I têm folgas positivas – são chamadas de **actividades não críticas** (o seu atraso, até ao valor da folga, não compromete a realização do projecto em 23 semanas).
- As actividades B, C, D, E e J têm folgas iguais a zero – são chamadas de **actividades críticas** (o seu atraso, compromete a realização total do projecto em 23 semanas) e formam o **caminho crítico**.

Caminho Crítico

Compreende as actividades com folga zero.

Outra forma de apresentar, os valores calculados anteriormente, é o formato tabular:

Actividade	Tempo Esperado	Tempo de Começo		Tempo de Acabamento		Folga
		Mais Cedro	Mais tarde	Mais Cedro	Mais Tarde	
A	3	0	2	3	8	2
B	5	0	0	5	5	0
C	3	5	5	8	8	0
D	4	8	8	12	12	0
E	8	12	12	20	20	0
F	2	8	14	10	16	6
G	4	10	16	14	20	6
H	2	10	18	12	20	8
I	5	5	18	10	23	13
J	3	20	20	23	23	0

Variabilidade nos Tempos das Actividades

Até agora, considerámos todos os tempos como determinísticos (isto é, conhecidos com um certo rigor – pressuposto da técnica CPM) o que pode não ser correcto, já que, na realidade, os tempos das actividades, frequentemente, não são conhecidos antecipadamente. Por este motivo, o PERT usa uma fórmula especial para estimar os tempos associados com as actividades.



Vamos agora apresentar alguns detalhes, para podermos ver que o PERT também pode ser usado para calcular a probabilidade de o projecto estar concluído num dado momento.

Para o cálculo da estimativa do tempo das actividades o PERT, requer alguém que compreenda o problema em questão com uma certa profundidade para poder produzir três estimativas de tempo para as actividades:



- **Tempo Optimista** (denotado por a): tempo mínimo. Tudo tem de ocorrer perfeito para se atingir este tempo;
- **Tempo mais provável** (denotado por m): o tempo mais provável. O tempo requerido em circunstâncias normais;
- **Tempo Pessimista** (denotado por b): uma versão da Lei de Murphy: se algo puder correr mal vai correr. O tempo pessimista é o tempo requerido com a lei de Murphy em actividade. Nem tudo vai correr da melhor maneira.

Consideremos, por exemplo, a actividade E - construção do interior. O senhor Lopes e o empreiteiro examinaram, em pormenor, cada fase do projecto e chegaram às seguintes estimativas:

$$\begin{array}{l} a = 4 \\ m = 7 \\ b = 16 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \text{Actividade E}$$

O valor relativamente grande de b resulta da possibilidade de uma demora no fornecimento do ar condicionado para a unidade dos computadores. Se este fornecimento se atrasar, toda a actividade se atrasará. Como a actividade E pertence ao caminho crítico, uma demora nesta actividade acarretará um atraso na data de conclusão do projecto.

No desenvolvimento da aproximação do PERT, o procedimento para estimar os valores dos tempos das actividades foi motivado pelo pressuposto de que o tempo associado com as actividades é uma variável aleatória com **Distribuição de Probabilidade Beta**.

A **Distribuição Beta** assume um valor mínimo e máximo, contrariamente à distribuição Normal, que assume um número infinito de valores. Também pode assumir uma grande variedade de formatos, contrariamente à distribuição Normal que é simétrica em relação ao seu valor mais provável.

Uma distribuição Beta típica é mostrada a seguir:

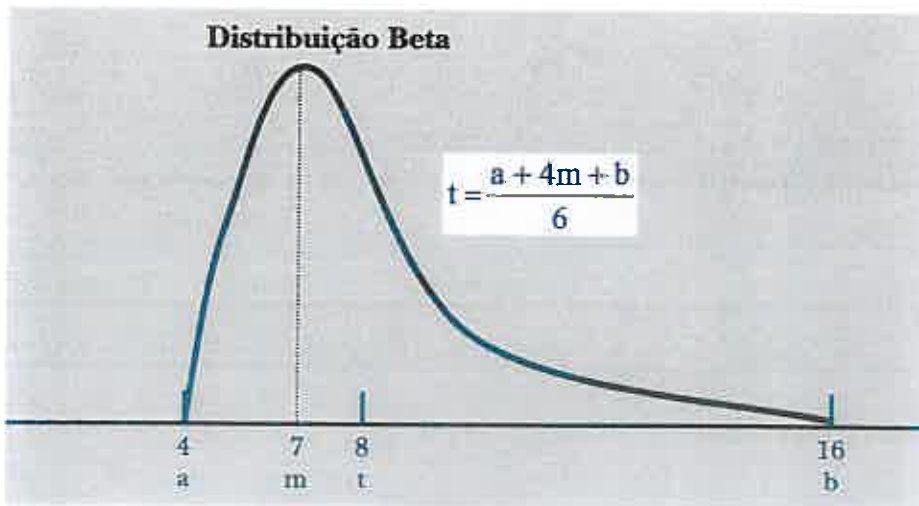


Figura 17

O valor esperado para a distribuição Beta é aproximadamente: $t = (a + 4m + b) / 6$. Esta fórmula pode ser usada para calcular o tempo esperado de realização de dada tarefa.

➡ Cálculo do Valor Esperado do Tempo de uma Actividade

$$t = \frac{a + 4m + b}{6} \rightarrow \text{Cálculo do tempo esperado de realização de dada actividade.}$$

Note que esta estimativa é uma média ponderada dos valores, a , m e b com a soma dos pesos (1, 4 e 1) igual 6. Isto significa que a estimativa está sempre compreendida entre a e b . Assim, para a actividade E temos:

$$t_E = \frac{4 + 4(7) + 16}{6} = 8$$

➔ Cálculo do Desvio-Padrão do Tempo Estimado para Cada Actividade

O desvio-padrão (σ) do tempo de uma actividade é estimado assumindo que existem seis desvios padrões entre o tempo optimista e o pessimista (desvio-padrão da distribuição Beta).

$$\sigma = \frac{b-a}{6}$$

Estimativa do desvio-padrão do tempo necessário à realização de cada actividade.

Assim, para a actividade E, temos:

$$\sigma_E = \frac{16-4}{6} = 2$$

O senhor Lopes depois de uma análise profunda de todas as actividades e com a ajuda de outros colaboradores, determinou as seguintes estimativas de tempos:

Actividade	Tempo			Valor Esperado	Desvio Padrão	Variância
	a	m	b	$(a+4m+b)/6$	$(b-a)/6$	$[(b-a)/6]^2$
A	1	3	5	3	2/3	4/9
B	3	4.5	9	5	1	1
C	2	3	4	3	1/3	1/9
D	2	4	6	4	2/3	4/9
E	4	7	16	8	2	4
F	1	1.5	5	2	2/3	4/9
G	2.5	3.5	7.5	4	5/6	25/36
H	1	2	3	2	1/3	1/9
I	4	5	6	5	1/3	1/9
J	2	3	4	3	1/3	1/9

Probabilidade de Completar o Projecto a Tempo

O facto de os tempos das actividades serem variáveis aleatórias implica que o tempo de acabamento do projecto também seja uma variável aleatória. Isto é, existe uma variabilidade potencial no tempo de acabamento do projecto. Muito embora o projecto tenha um tempo esperado de realização de 23 semanas, não existe garantia que termine dentro desse prazo.

Se por casualidade várias actividades demorarem mais do que o tempo esperado, o projecto não será concluído dentro das 25 semanas programadas. De uma forma geral, será útil saber a probabilidade de o projecto estar concluído num prazo específico. Em particular, o senhor Lopes precisa de saber a probabilidade de o projecto estar terminado em 25 semanas.

A análise será a seguinte:

- Seja T o tempo total que demora a realizar as actividades que pertencem ao caminho crítico;
- Encontre a probabilidade de o valor de T ser menor ou igual que um determinado valor de interesse. Para o projecto do senhor Lopes, precisamos de encontrar a probabilidade de o projecto estar concluído em 25 semanas ou seja $P(T \leq 25)$. Uma boa aproximação, para encontrar esta probabilidade, baseia-se nos seguintes pressupostos:

- **Os tempos das actividades são variáveis aleatórias independentes.** Este é um pressuposto para muitas das redes PERT. Não existe razão para acreditarmos que o tempo necessário para construir o interior, por exemplo, deva depender do tempo de desenho, etc (note contudo que, por exemplo, se dada máquina é usada em duas actividades, que dependem uma da outra, então se ela avariar na 1ª actividade vai condicionar a conclusão da 2ª actividade e neste caso não existe independência);
- **A variável aleatória T tem aproximadamente uma Distribuição Normal.** Este pressuposto assenta no Teorema do Limite Central, que em termos gerais constata que a soma de variáveis aleatórias independentes segue aproximadamente uma Distribuição Normal.

Como o nosso objectivo é determinar a $P(T \leq 25)$, em que T representa o tempo associado com o caminho crítico, pretendemos converter T para uma variável aleatória Normal, já que esta distribuição se encontra tabelada.

O primeiro passo neste processo é encontrar o desvio padrão das actividades do caminho crítico - T . Para isso, precisamos de calcular a variância de T . Quando os tempos das actividades forem independentes, sabemos que a variância do tempo total do caminho crítico iguala a soma das variâncias dos tempos das actividades que constituem este caminho.

$$\text{var } T = (\text{var } B) + (\text{var } C) + (\text{var } D) + (\text{var } E) + (\text{var } J) \quad \rightarrow \quad \text{Variância da actividade J}$$

$$\text{var } T = 1 + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + 4 + \frac{1}{9} = \frac{51}{9} \quad \rightarrow \quad \text{Variância do caminho crítico.}$$

Finalmente,

$$\sigma(T) = \sqrt{\text{var } T} = \sqrt{\frac{51}{9}} = 2.380 \quad \rightarrow \quad \text{Desvio padrão do caminho crítico.}$$

Vamos agora converter T para uma variável aleatória padronizada Z , da forma usual:

$$Z = \frac{T - \mu}{\sigma} \quad \text{Conversão de } T \text{ para } Z.$$

$\mu =$ duração do caminho crítico

$$P(T \leq 25) = P\left(\frac{T - 23}{2.380} \leq \frac{25 - 23}{2.380}\right) = P(Z \leq 0.84) = 0.80 = 80\%$$

Conversão da Distribuição Normal Para a Distribuição Normal Reduzida

$$T \rightarrow N(\mu, \sigma) \quad \Rightarrow N(23; 2.380)$$

$$Z = \frac{T - \mu}{\sigma}$$

$$Z \rightarrow N(0, 1) \quad \Rightarrow \text{Esta distribuição está tabelada}$$

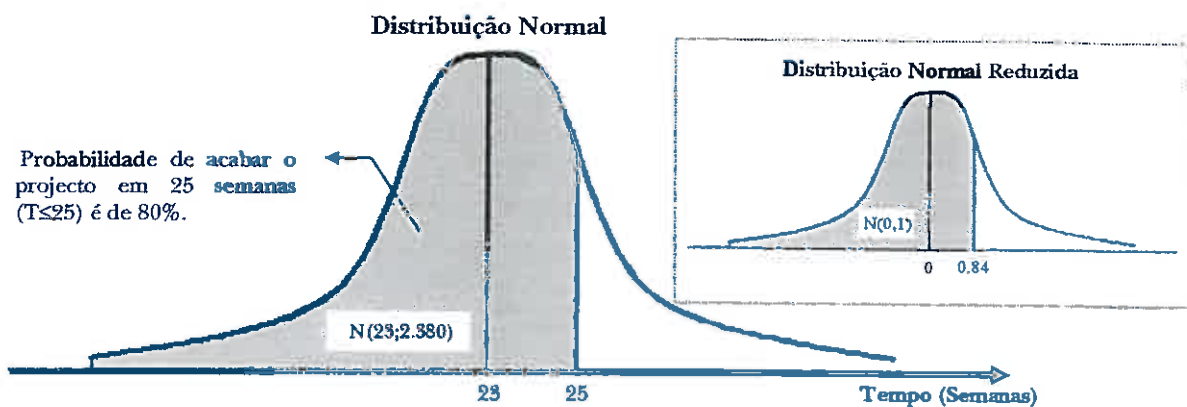


Figura 18

Se consultarmos uma tabela da Distribuição Normal Reduzida, vemos que existe aproximadamente, 80% de chance de as actividades do caminho crítico estarem concluídas em menos de 25 semanas.

Esta análise responde a uma das questões postas no início, em particular, a probabilidade de o projecto estar concluído numa dada data.

Vejamos agora um outro caso prático.



Empresa METAL

A empresa METAL, tem vindo a tentar evitar de instalar na sua fábrica um equipamento de controlo da poluição. No entanto, o Ministério do Ambiente, instigado por um grupo de ambientalistas, concedeu-lhe 16 semanas para instalar um sistema complexo de filtros de ar na sua chaminé principal.

A METAL foi avisada de que teria que fechar a não ser que o equipamento seja instalado no prazo concedido. O gestor de operações, senhor Carlos, pretende que o referido equipamento seja instalado de forma suave mas respeitando o prazo concedido.

Todas as actividades envolvidas são mostradas na tabela seguinte.

Actividade	Descrição	Tempo			Predecessora Imediata
		Optimista	Mais Provável	Pessimista	
A	Construir componentes internos	1	2	3	-
B	Modificar o telhado e o soalho	2	3	4	-
C	Construir suporte	1	2	3	A
D	Instalar estrutura	2	4	6	B
E	Construir caldeira de alta temperatura	1	4	7	C
F	Instalar sistema de controlo	1	2	9	C
G	Instalar instrumento controlo - poluição	3	4	11	D, E
H	Inspeção e teste	1	2	3	F, G

Calculemos o tempo estimado e a respectiva variância, para cada actividade:

Actividade	Tempo			Valor Esperado (a+4m+b)/6	Variância [(b-a)/6] ²
	a	m	b		
A	1	2	3	2	$[(3-1)/6]^2 = 4/36$
B	2	3	4	3	$[(4-2)/6]^2 = 4/36$
C	1	2	3	2	$[(3-1)/6]^2 = 4/36$
D	2	4	6	4	$[(6-2)/6]^2 = 16/36$
E	1	4	7	4	$[(7-1)/6]^2 = 36/36$
F	1	2	9	3	$[(9-1)/6]^2 = 64/36$
G	3	4	11	5	$[(11-3)/6]^2 = 64/36$
H	1	2	3	2	$[(3-1)/6]^2 = 4/36$
Total (Semanas)				25	

➡ **Cálculo da Probabilidade de Acabar o Projecto em 16 semanas:**

A figura seguinte apresenta a rede associada com este projecto.

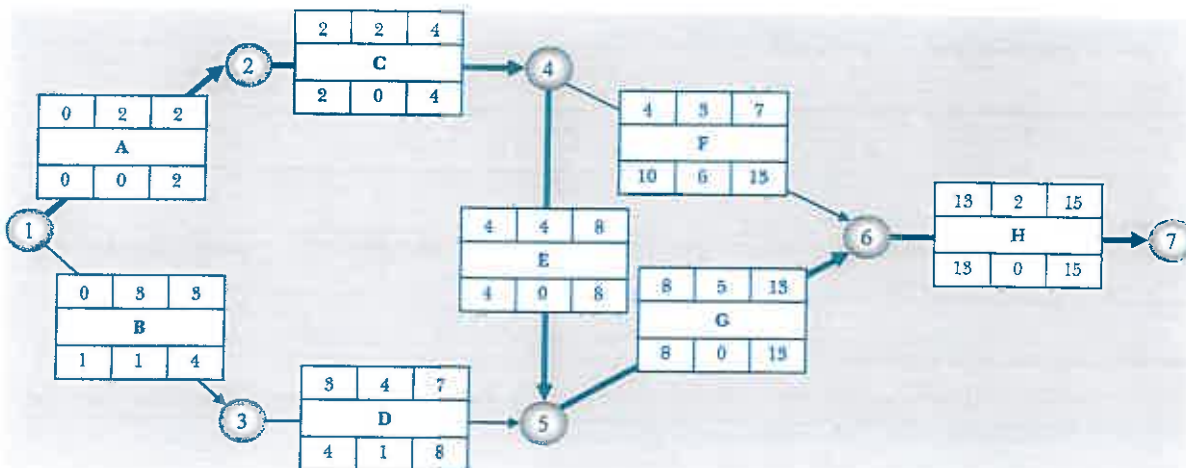


Figura 19

A análise do caminho crítico ajuda-nos a determinar que a METAL, espera concluir o projecto em 15 semanas. Contudo, o senhor Carlos sabe que, se o projecto não estiver concluído em 16 semanas, a empresa terá de fechar as portas devido às exigências ambientais.

Também está consciente de que existe uma variação significativa na estimativa dos tempos para as várias actividades. A variação dos tempos de realização das actividades do caminho crítico pode influenciar o tempo de conclusão do projecto, possivelmente atrasando-o. Esta é a maior preocupação do senhor Carlos.

Variabilidade dos tempos associados com as actividades do caminho crítico?

O PERT usa a variância das actividades críticas para determinar a variância de todo o projecto. A variância do projecto obtém-se somando as variâncias das actividades críticas:

$$\begin{aligned} \text{Variância do Projecto} &= \text{var A} + \text{var C} + \text{var E} + \text{var G} + \text{var H} \\ &= \frac{4}{36} + \frac{4}{36} + \frac{36}{36} + \frac{64}{36} + \frac{4}{36} = 3.111 \quad (\text{semanas}) \end{aligned}$$

$$\text{Desvio Padrão} = \sqrt{\text{variância do projecto}} = \sqrt{3.111} = 1.76 \quad (\text{semanas})$$

Para que o senhor Carlos encontre a probabilidade de terminar o projecto antes das 16 semanas, terá de usar a distribuição Normal (ver figura 20).

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\text{Data Devida} - \text{Data Esperada de Acabamento}}{\text{Desvio Padrão}} \\ &= \frac{16 \text{ semanas} - 15 \text{ semanas}}{1.76 \text{ semanas}} = \frac{1}{1.76} = 0.57 \\ P(T \leq 16) &= P\left(\frac{T - 15}{1.76} \leq \frac{16 - 15}{1.76}\right) = P(Z \leq 0.57) = 0.7156 \end{aligned}$$

onde Z representa o número de desvios padrões de que a data devida (pretendida) fica da média ou da data esperada.

Consultando uma tabela da Distribuição Normal Reduzida encontramos a probabilidade de 0.71567. Assim, existe 71.6% de hipótese de que o equipamento de controlo de poluição esteja instalado em 16 ou menos semanas.

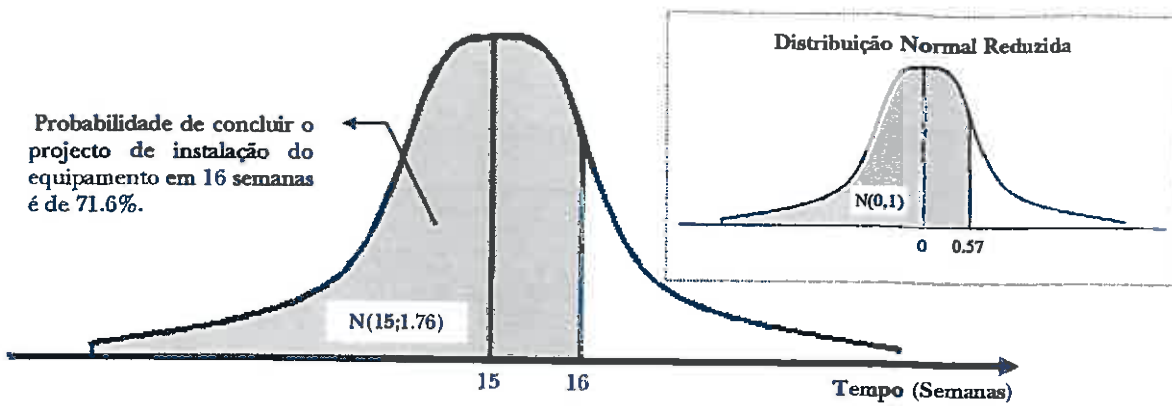


Figura 20

Se o Senhor Carlos quiser ter uma certeza de que em 95% das vezes o projecto será concluído numa determinada data qual o prazo a agendar para este projecto?

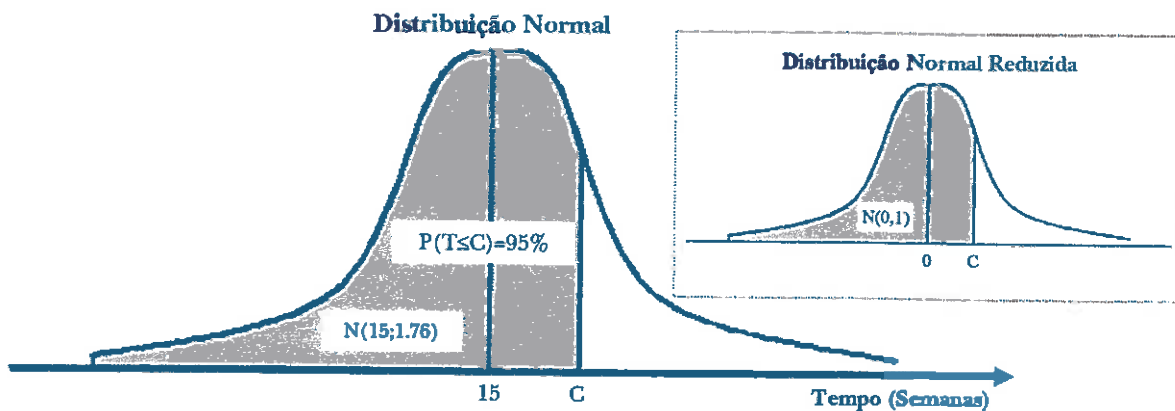


Figura 21

Para responder a esta questão, precisamos de determinar o ponto C onde a área da Distribuição Normal à esquerda de C (ver figura 21) seja 95%.

$$P(T \leq C) = 0.95$$

$$P\left(\frac{T - 15}{1.76} \leq \frac{C - 15}{1.76}\right) = 0.95 \quad \Leftrightarrow \quad P\left(Z \leq \frac{C - 15}{1.76}\right) = 0.95$$

$$\frac{C - 15}{1.76} = 1.645 \quad \Leftrightarrow \quad C = 17.895$$

O 1.645 é encontrado na tabela da Distribuição Normal Reduzida e corresponde ao valor onde está acumulada 95% da probabilidade.

O senhor Carlos, pode estar 95% confiante de concluir o projecto em 17.895 semanas.



Que informação é que o PERT forneceu à METAL:

- A data prevista de acabamento do projecto é de 15 semanas;
- Existe uma hipótese de 71.6% de que o equipamento seja instalado no prazo concedido de 16 semanas;
- Cinco actividades (A, C, E, G e H) estão no caminho crítico. Se algumas delas for atrasada, por alguma razão, todo o projecto será atrasado. O senhor Carlos deve prestar uma atenção especial a estas actividades;
- Três actividades (B, D e F) não são críticas, por isso têm folga positiva;
- Outros detalhes na calendarização das actividades são fornecidos na rede PERT, como por exemplo: Começo e Acabamento mais Cedo e mais Tarde das actividades, etc).

PERT/Custo

Muito embora o PERT seja um método excelente para monitorização e controlo do tempo de realização de um projecto, contudo não considera outro factor importante – o custo do projecto.

O PERT/Custo é uma modificação do PERT que permite ao gestor planear, calendarizar, monitorar e controlar os custos e o tempo do projecto.

A aproximação genérica no processo de orçamentação de um projecto consiste em determinar quanto deve ser gasto em cada semana ou mês. Isto consegue-se da seguinte forma:



- Identifique todos os custos associados com cada uma das actividades. Some estes custos para obter uma estimativa dos custos de cada actividade;
- Se estiver a trabalhar num projecto de grande dimensão, várias actividades podem ser combinadas em “pacotes de trabalho” de maior dimensão. Um *pacote de trabalho* é simplesmente um conjunto lógico de actividades;
- Converta os custos orçamentados por actividade num custo por período de tempo. Para o conseguirmos temos de assumir que o custo de completar uma actividade é dispendido a uma taxa

uniforme durante o tempo. Assim, se o custo orçamentado de uma dada actividade é de 72000 euros e o tempo esperado para a sua conclusão é de 4 meses, o custo orçamentado por mês é de 18000 euros ($72000:4$);

- Usando os tempos de começo mais cedo e mais tarde de cada actividade encontre quanto deve ser gasto, durante cada semana ou mês, para concluir o projecto na data desejada.



Empresa METAL

Vamos agora aplicar este procedimento ao exemplo apresentado da empresa METAL. O gestor determinou os custos associados com cada uma das oito actividades. Também dividiu o orçamento total de cada actividade pelo seu tempo esperado de conclusão para determinar o orçamento para cada semana.

Actividade	Tempo de Começo		Tempo Esperado (t)	Custo Total Orçamentado (em euros)	Custo Orçamentado por Semana (em euros)
	Mais Cedo (CC)	Mais Tarde (CT)			
A	0	0	2	22000	11000
B	0	1	3	30000	10000
C	2	2	2	26000	13000
D	3	4	4	48000	12000
E	4	4	4	56000	14000
F	4	10	3	30000	10000
G	8	8	5	80000	16000
H	13	13	2	16000	8000
Total				308000	

- O orçamento para a actividade A, por exemplo, é de 22000 euros. Como o seu tempo esperado (t) de conclusão é de 2 semanas então serão gastos 11000 euros todas as semanas até completar esta actividade. A tabela anterior também fornece, outra informação dada pela rede PERT, os tempos de começo mais cedo (CC) e mais tarde (CT) de cada actividade.
- Vemos que o custo orçamentado total do projecto é de 308000 euros, correspondente à soma dos custos orçamentados das actividades. O cálculo do custo orçamentado semanal ajudará o gestor a monitorar a progressão semanal do projecto.
- O tempo de começo mais cedo da Actividade A, por exemplo, é de 0. Como A demora 2 semanas a completar, então na semana 1 e na 2 devem ser gastos os 11000 euros orçamentados para cada semana.

Para a actividade B foram orçamentados 10000 euros por semana, que deverão ser gastos em cada uma das semanas 1, 2 e 3. Estas quantias



semanais podem ser somadas, para todas as actividades, para se encontrar o total orçamentado para cada semana. A tabela seguinte fornece esta informação.

Orçamento Elaborado com os Tempo de Começo Mais Cedo (CC) – (unidade: 1000 euros)

Actividade	Semana															Total	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
A	11	11															22
B	10	10	10														30
C			13	13													26
D				12	12	12	12										48
E					14	14	14	14									56
F					10	10	10										30
G									16	16	16	16	16				90
H															8	8	16
Total - Semana	21	21	23	25	36	36	36	14	16	16	16	16	16	8	8		308
Total - Acumulado	21	42	65	90	126	162	198	212	228	244	260	276	292	300	308		

Consegue ver como aparecem estes valores? As duas únicas actividades que podem ser desenvolvidas durante as primeiras duas semanas são as actividades A e B porque o seu tempo de começo mais cedo é o momento 0.

Como as actividades A e B se desenrolam também pela segunda semana então um total de 21000 euros deve ser gasto nesta semana. O tempo de começo mais cedo para a actividade C é no fim da semana 2 (CC=2 para a actividade C). Assim, 13000 euros serão gastos em cada uma das semanas 3 e 4. Como a actividade C também se desenrola na semana 3, então nesta semana serão gastos 23000 euros no total (10000 na actividade B e 13000 na actividade C). Cálculos similares são feitos para as restantes actividades para encontrar o valor a gastar em cada semana.

As actividades constantes do caminho crítico devem gastar as quantias orçamentadas, nas semanas indicadas na tabela. As actividades não constantes do caminho crítico podem começar mais tarde. Este conceito está embebido na data de começo mais tarde (CT) para cada actividade. Assim, se usarmos os tempos de começo mais tarde, outro orçamento pode ser determinado. Este orçamento demorará o gasto dos fundos até ao último momento. A forma de cálculo deste orçamento é a mesma que no cálculo a partir dos tempos de começo mais cedo. Vejamos os cálculos desta situação na tabela seguinte:

Orçamento Elaborado com os Tempo de Começo Mais Tarde (CT) – (unidade: 1000 euros)

Actividade	Semana															Total	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
A	11	11															22
B		10	10	10													30
C			13	13													26
D					12	12	12	12									48
E					14	14	14	14									56
F											10	10	10				30
G									16	16	16	16	16				90
H															8	8	16
Total - Semana	11	21	23	23	26	26	26	26	16	16	26	26	26	6	6		308
Total - Acumulado	11	32	55	78	104	130	156	182	198	214	240	266	292	300	308		

Comparando os dois orçamentos presentes nas tabelas anteriores, vemos que a quantia a dispendir (Total - Acumulado) nas primeiras semanas é inferior no caso do uso da data de começo mais tarde (CT).

A última tabela mostra o tempo mais tarde possível para gastar os fundos e terminar o projecto a tempo. A primeira tabela mostra o tempo mais cedo de gastar os fundos. Por isso, o gestor pode escolher um orçamento que se situe algures no meio dos dois orçamentos. Estas duas tabelas formam uma região viável para estes orçamentos que é apresentada na figura 22:

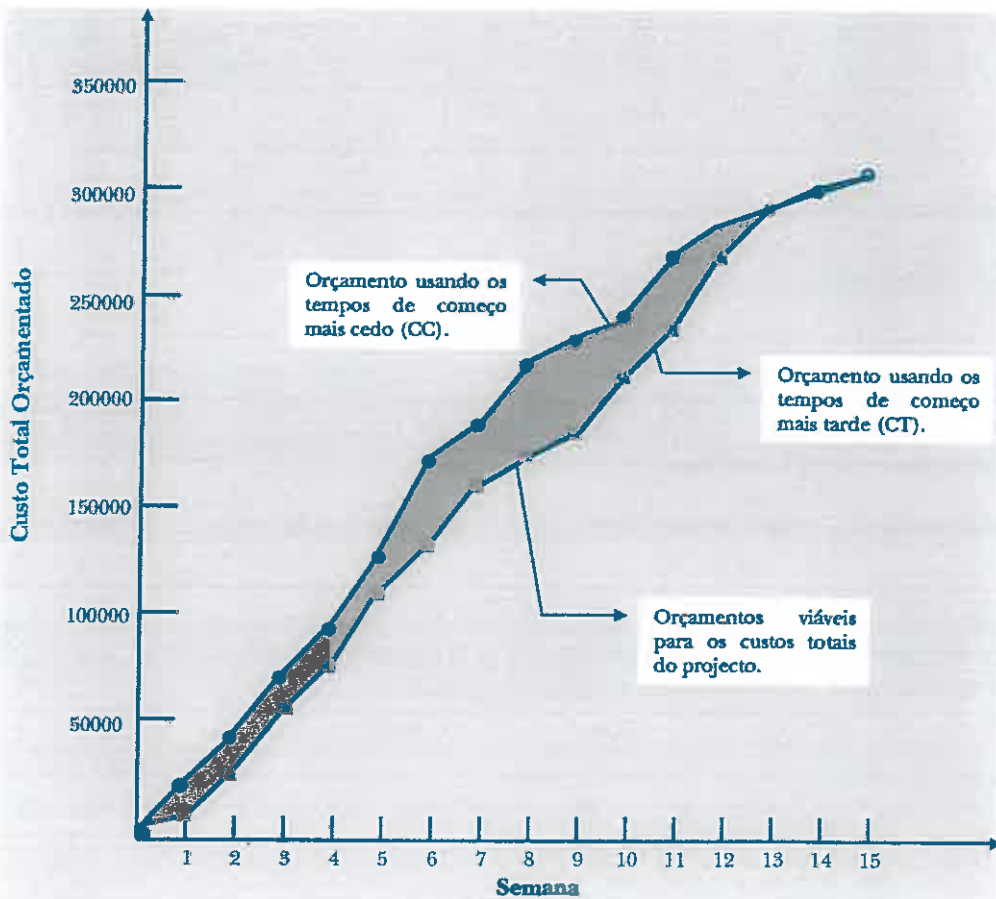


Figura 22

Os intervalos do orçamento, foram desenhados usando o orçamento acumulado para os tempos de começo mais cedo e mais tarde para as actividades. A empresa pode usar qualquer orçamento situado entre estes dois intervalos e ainda concluir o projecto a tempo.

Por exemplo, a METAL pode constatar que no fim da semana 9 deveria ter gasto entre 198000 e 228000 euros.

Os orçamentos como os apresentados, na figura 22, são desenvolvidos, geralmente, antes do início do projecto. Depois, à medida que o projecto se desenrola, os gastos dos fundos devem ser monitorados e controlados.

Monitorização e Controlo dos Custos do Projecto

O propósito em monitorar e controlar os custos do projecto é assegurar de que o projecto se está a desenrolar a tempo, e que os custos em excesso são mantidos ao mínimo.



Deve ser feito um ponto de situação de todo o projecto periodicamente.

O projecto está em dia e dentro da orçamentação?



Empresa Metal - Orçamentação

A empresa METAL precisa de saber como é que se está a desenrolar o seu projecto de instalação do equipamento de controlo de poluição. Está a decorrer a sexta semana das quinze semanas necessárias à realização do projecto. As actividades A, B e C estão concluídas. Estas actividades incorreram em custos de 20000, 36000 e 26000 euros, respectivamente.

A actividade D está apenas concluída em 10% e até agora os gastos incorridos com esta actividade foram de 6000 euros.

A actividade E está concluída em 20% e os custos incorridos foram de 20000 euros. A actividade F está 20% concluída e já foram gastos 4000 euros. As actividades G e H ainda não começaram. O projecto está em dia? Qual o valor do trabalho concluído? Existe excesso de gastos?

O valor do trabalho concluído, ou o custo ocorrido com dada actividade até dado momento, pode ser calculado da seguinte forma:



Valor do Trabalho Realizado = (% do Trabalho Realizado) * (Orçamento Total da Actividade)

Diferença da Actividade = Custo Actual – Valor do Trabalho Realizado

A tabela seguinte, fornece esta informação para a nossa empresa:

Actividade	Custo Total Orçamentado	% de Realização	Valor do Trabalho Realizado	Custo Actual	Diferença da Actividade
A	22000	100	22000	20000	-2000
B	30000	100	30000	36000	+6000
C	26000	100	26000	26000	0
D	48000	10	4800	6000	+1200
E	56000	20	11200	20000	+8800
F	30000	20	6000	4000	-2000
G	80000	0	0	0	0
H	16000	0	0	0	0
		Total	100000	112000	12000

- O valor do trabalho realizado obtém-se multiplicando o custo total orçamentado pela percentagem de realização de cada actividade. Para a actividade E, por exemplo, o valor do trabalho realizado é de 11200 euros ($56000 \times 20\%$);
- Para determinar o valor gasto a mais numa actividade, subtrai-se o seu custo actual ao valor do trabalho realizado – na semana 6, existe um excesso de gastos de 12000 euros – o valor do total trabalho realizado é de 100000 euros e o custo actual do projecto é de 112000 euros.

Como é que estes custos se relacionam com o custo orçamentado para a semana 6?

- Se a empresa tivesse decidido usar os tempos de começo mais cedo das actividades, já deveriam estar gastos 162000 euros. Assim, o projecto está atrasado e existe um excesso de gastos para o momento;
- A empresa precisa de trabalhar mais depressa para concluir o projecto a tempo e de controlar de forma cuidadosa os custos no futuro, de modo a tentar eliminar os 12000 euros gastos a mais até ao momento;
- Para monitorar e controlar os custos, a quantia orçamentada, o valor do trabalho realizado e os custos actuais devem ser recalculados periodicamente.

Na próxima secção veremos como é que o projecto pode ser encurtado, dispendendo dinheiro adicional – esta técnica é chamada de **Partição do Projecto com o CPM**.

Partição do Projecto com o CPM

Como referimos, anteriormente, o CPM é um modelo de redes determinístico – o tempo e o custo para completar cada actividade é conhecido com certeza. Ao contrário do PERT, não utiliza o conceito de probabilidades. Em vez disso, o CPM usa duas estimativas de tempos e de custos: um tempo e um custo normal e um tempo e um custo de *partição*.



- O tempo estimado **normal** é semelhante ao tempo esperado do PERT. O custo normal representa uma **estimativa do custo de realização de uma actividade no seu tempo normal**.
- O tempo de *partição* é o tempo mais curto de realização de uma actividade. O custo de *partição* é o preço de completar a actividade no tempo de *partição* ou numa data pré-estabelecida.

O cálculo do caminho crítico para uma rede CPM, como vimos anteriormente, faz-se da mesma forma que para a rede PERT: calculam-se as datas de começo e de acabamento mais cedo e mais tarde, para cada actividade e as respectivas folgas.



Partição

Encurtamento do tempo de realização do projecto.



Empresa Metal – Partição do Projecto

Suponha que à empresa METAL foi dado um prazo de **12 semanas em vez das 16 semanas** para instalar o equipamento de poluição ou então terá que fechar as portas. Lembremos que o comprimento do caminho crítico é de 15 semanas. O que pode fazer a empresa?



Vemos que a empresa não pode cumprir o prazo estabelecido (12 semanas) a não ser que encurte o prazo de realização de algumas actividades. Este processo de encurtamento do tempo de realização do projecto chamado de *partição*, consegue-se, geralmente, adicionando recursos extra (tais como equipamento e pessoas) a uma actividade. Naturalmente, que esta “partição” custa mais dinheiro e os gestores estão interessados em acelerar a conclusão do projecto a um custo adicional mínimo.

A “partição” do projecto usando o CPM envolve quatro etapas:



Partição do Projecto usando o CPM

1. Encontre o caminho crítico e identifique as actividades críticas;
2. Calcule o custo de "partição" por semana (ou por outro período de tempo) para todas as actividades da rede:

$$\text{Custo de partição/Período de tempo} = \frac{\text{Custo de "partição"} - \text{Custo Normal}}{\text{Tempo Normal} - \text{Tempo de "partição"}}$$

3. Escolha a actividade situada no caminho crítico com o custo mais pequeno de "partição", por semana. "Parta" esta actividade até ao máximo possível ou até ao ponto em que a data de conclusão pré-estabelecida tenha sido alcançada;
4. Teste para ter a certeza de que o caminho crítico que "partimos" ainda continua a ser crítico. Frequentemente, uma redução no tempo de realização das actividades críticas faz com que caminhos não críticos se tornem críticos. Se o caminho crítico ainda é o caminho mais longo da rede, volte ao passo 3. Senão, encontre o novo caminho crítico e volte ao passo 3.

Os tempos e custos normais e de "partição", para a empresa METAL, são apresentados na tabela seguinte:

Actividade	Tempo (semanas)		Custo (contos)		Custo de "partição" por semana	Actividade Crítica?
	Normal	Partição	Normal	Partição		
A	2	1	22000	23000	1000	Sim
B	3	1	30000	34000	2000	Não
C	2	1	26000	27000	1000	Sim
D	4	3	48000	49000	1000	Não
E	4	2	56000	58000	1000	Sim
F	3	2	30000	30500	500	Não
G	5	2	80000	86000	2000	Sim
H	2	1	16000	19000	3000	Sim



- Note, por exemplo, que o tempo normal da actividade G é de 5 semanas (esta estimativa também foi usada pelo PERT) e o seu tempo de "partição" é de 2 semanas. Isto significa que a actividade G pode ser concluída em 2 semanas (tempo de partição) se forem disponibilizados recursos adicionais. O seu custo normal é de 80000 euros e o custo de "partição" é de 86000 euros. Isto significa que o encurtamento do tempo de realização desta actividade, para 2 semanas, custa à empresa um valor adicional de 6000 euros (ou seja 2000 euros por semana – 6000:3);
- O CPM assume que os custos de "partição" são lineares como é mostrado para a actividade G, na Figura 22;
- O custo de partição para as outras actividades pode ser calculado de forma similar. As etapas 3 e 4 podem ser aplicadas para reduzirem o tempo de conclusão do projecto.

As actividades A, C e E pertencem ao caminho crítico e têm um custo mínimo de “partição” por semana – 1000 euros. A empresa pode fazer, por exemplo, a partição (redução do tempo de duração da actividade) da actividade A por 1 semana e da actividade E por 2 semanas a um custo adicional de 3000 euros (1000 euros da actividade A e 2000 euros da actividade E) e concluir o projecto na data pré-estabelecida – 12 semanas.

Para redes de pequena dimensão, como é o caso da Empresa METAL, é possível usar o método apresentado para encontrar o custo mínimo de encurtamento da data de conclusão do projecto. Para redes de maior dimensão, esta aproximação é difícil e pouco prática o que obriga ao recurso a técnicas mais sofisticadas, como a Programação Linear.

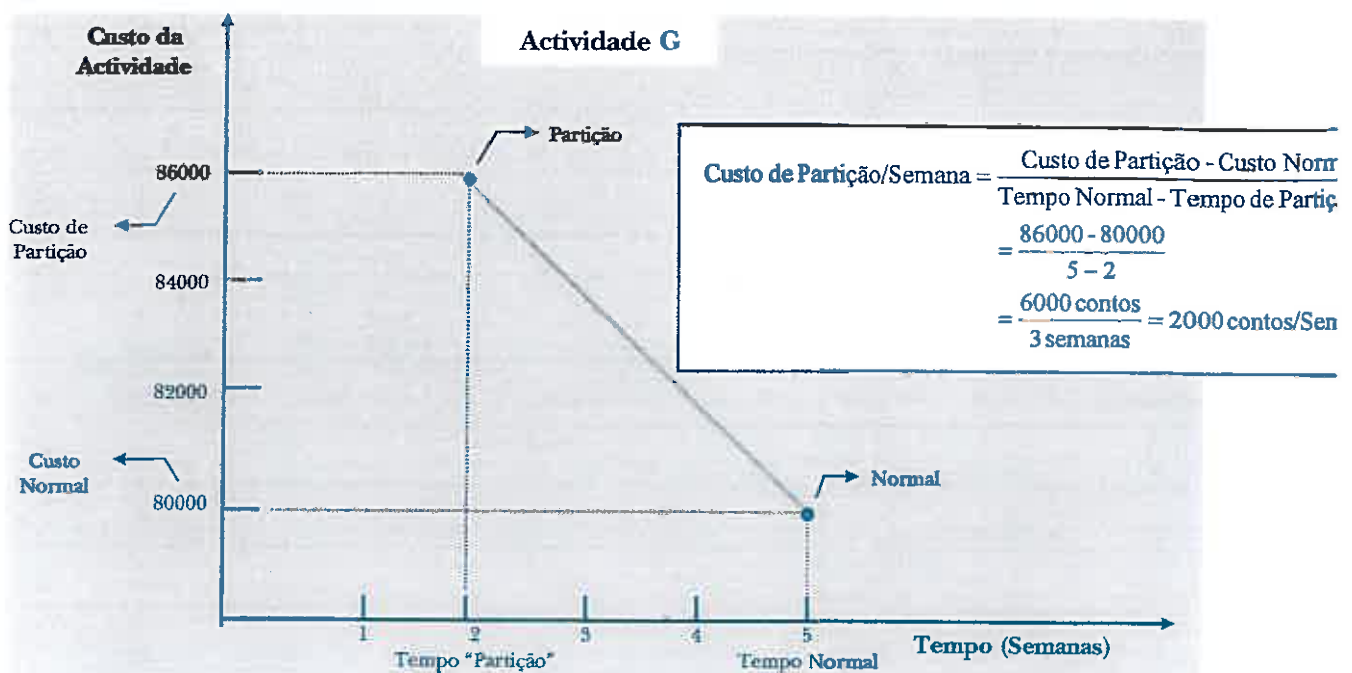


Figura 22

Partição do Projecto usando a Programação Linear

A programação linear é outra aproximação para determinar a calendarização das partições. Ilustraremos o seu uso, para o exemplo da empresa METAL.

Vejamos na Figura 23, a rede da Empresa METAL com a terminologia apropriada para formularmos o problema.

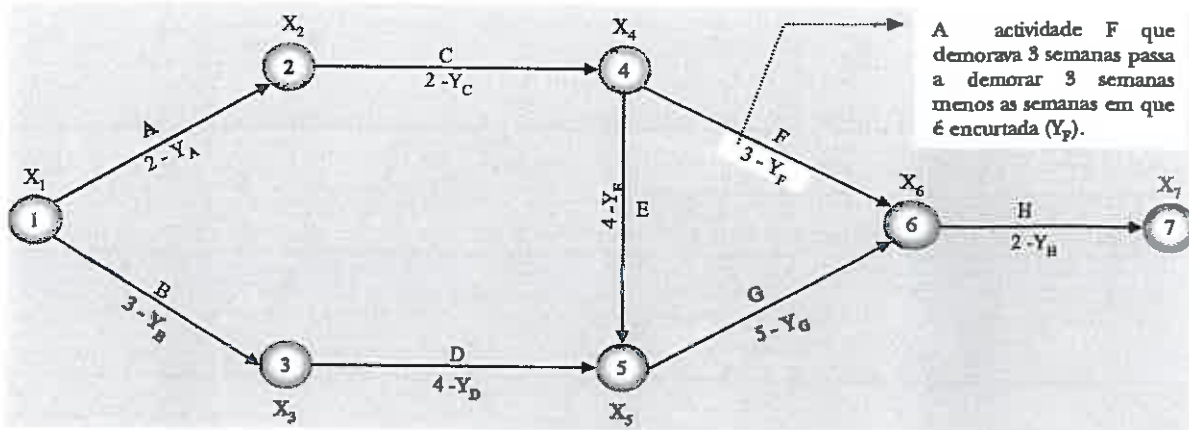


Figura 23

Vamos começar por definir as variáveis de decisão.

Se X representar o tempo em que as tarefas que têm origem em dado nó podem começar.

X_1	=	tempo em que todas as tarefas que têm origem no nó 1 podem começar
X_2	=	tempo em que todas as tarefas que têm origem no nó 2 podem começar
X_3	=	tempo em que todas as tarefas que têm origem no nó 3 podem começar
X_4	=	tempo em que todas as tarefas que têm origem no nó 4 podem começar
X_5	=	tempo em que todas as tarefas que têm origem no nó 5 podem começar
X_6	=	tempo em que todas as tarefas que têm origem no nó 6 podem começar
X_7	=	tempo em que todas as tarefas que têm origem no nó 7 podem começar

Y é definido como o número de semanas em que cada actividade é encurtada.

Y_A	=	número de semanas em que a actividade A é encurtada
Y_B	=	número de semanas em que a actividade B é encurtada
Y_C	=	número de semanas em que a actividade C é encurtada
Y_D	=	número de semanas em que a actividade D é encurtada
Y_E	=	número de semanas em que a actividade E é encurtada
Y_F	=	número de semanas em que a actividade F é encurtada
Y_G	=	número de semanas em que a actividade G é encurtada
Y_H	=	número de semanas em que a actividade H é encurtada

➔ **Função Objectivo:** O objectivo geral é minimizar os recursos adicionais totais necessários para concluir o projecto na data pretendida.

$$\begin{aligned} \text{Min Custo de Encurtamento} = & 1000 Y_A + 2000 Y_B & + 1000 Y_C & + 1000 Y_D \\ & + 1000 Y_E + 500 Y_F & + 2000 Y_G & + 3000 Y_H \end{aligned}$$

Por exemplo o custo total de encurtar a tarefa A em Y_A semanas é de $1000Y_A$

- **Restrições do Tempo de Encurtamento:** Estas restrições asseguram que cada actividade não seja encurtada para além do tempo de partição permitido. O máximo para cada variável Y é igual à diferença entre o tempo normal e o tempo de partição.

$$\begin{aligned} 0 \leq Y_A &\leq 1 \\ 0 \leq Y_B &\leq 2 \\ 0 \leq Y_C &\leq 1 \\ 0 \leq Y_D &\leq 1 \\ 0 \leq Y_E &\leq 2 \\ 0 \leq Y_F &\leq 1 \\ 0 \leq Y_G &\leq 3 \\ 0 \leq Y_H &\leq 1 \end{aligned}$$

- **Restrição de começo e conclusão do projecto:** estas restrições especificam que o projecto deve começar no momento 0 e que o último acontecimento deve ter lugar antes da data prevista de conclusão do projecto. O projecto deve ser concluído em 12 semanas (data pretendida) então:

$$\begin{array}{ll} X_1 = 0 & \text{(Começo projecto)} \\ X_7 \leq 12 & \text{(Fim do projecto)} \end{array}$$

- **Restrições que descrevem a rede:** O conjunto final de restrições descreve a estrutura da rede. Existe uma ou mais restrições para cada acontecimento. Olhando para a rede vemos, por exemplo, que a actividade D não pode começar antes da actividade B estar concluída. De facto, para concluirmos o projecto numa data determinada temos necessidade de saber quando cada actividade pode começar.

Estes valores ainda são desconhecidos e dependem dos valores de $Y_A \dots Y_H$.

O que resta é especificar que dada tarefa apenas pode começar depois de todas as actividades imediatamente predecessoras terem sido concluídas:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Tempo de começo de todas as tarefas} \\ \text{que começam num dado nó} \end{array} \right] \geq \left[\begin{array}{l} \text{Tempo de acabamento de todas as tarefas} \\ \text{que terminam nesse nó} \end{array} \right]$$

• **Restrição do nó 2**

(Tempo de começo da actividade C) \geq (Tempo de acabamento da actividade A)

$$X_2 \geq X_1 + (2 - Y_A) \quad \text{ou} \quad -X_1 + X_2 + Y_A \geq 2 \quad \text{(Tarefa A)}$$

• **Restrição do nó 3**

(Tempo de começo da actividade D) \geq (Tempo de acabamento da actividade B)

$$X_3 \geq X_1 + (3 - Y_B) \quad \text{ou} \quad -X_1 + X_3 + Y_B \geq 3 \quad \text{(Tarefa B)}$$

- **Restrição do nó 4**
 $X_4 \geq X_2 + (2 - Y_C)$ ou $-X_2 + X_4 + Y_C \geq 2$ (Tarefa C)
- **Restrição do nó 5**
 $X_5 \geq X_3 + (4 - Y_D)$ ou $-X_3 + X_5 + Y_D \geq 4$ (Tarefa D)
 $X_5 \geq X_4 + (4 - Y_E)$ ou $-X_4 + X_5 + Y_D \geq 4$ (Tarefa E)
- **Restrição do nó 6**
 $X_6 \geq X_4 + (3 - Y_F)$ ou $-X_4 + X_6 + Y_F \geq 3$ (Tarefa F)
 $X_6 \geq X_5 + (5 - Y_G)$ ou $-X_5 + X_6 + Y_G \geq 5$ (Tarefa G)
- **Restrição do nó 7**
 $X_7 \geq X_6 + (2 - Y_H)$ ou $-X_6 + X_7 + Y_H \geq 2$ (Tarefa H)

Depois de adicionadas as restrições de não negatividade, este problema de programação linear pode ser resolvido para encontrar os valores óptimos de Y.

Pressupostos ★

No desenvolvimento do modelo de “partição” para determinar quais as tarefas a acelerar, foi assumido para cada tarefa, uma relação **linear** entre o tempo e o custo. Este pressuposto pode ou não ser válido para um dado projecto.

➔ **Formulação Problema:**

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \quad 1000 Y_A + 2000 Y_B & + 1000 Y_C & + 1000 Y_D \\ & + 1000 Y_E + 500 Y_F & + 2000 Y_G & + 3000 Y_H \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} 0 \leq Y_A \leq 1 \\ 0 \leq Y_B \leq 2 \\ 0 \leq Y_C \leq 1 \\ 0 \leq Y_D \leq 1 \\ 0 \leq Y_E \leq 2 \\ 0 \leq Y_F \leq 1 \\ 0 \leq Y_G \leq 3 \\ 0 \leq Y_H \leq 1 \end{aligned}$$

Restrições de Limitação

$$\begin{aligned} X_1 = 0 & \quad (\text{Começo projecto}) \\ X_7 \leq 12 & \quad (\text{Fim do projecto}) \end{aligned}$$

Restrições de começo e
acabamento do projecto

$$\begin{aligned} -X_1 + X_2 + Y_A \geq 2 & \quad (\text{Tarefa A}) & \quad \text{Restrição nó 2} \\ -X_1 + X_3 + Y_B \geq 3 & \quad (\text{Tarefa B}) & \quad \text{Restrição nó 3} \\ -X_2 + X_4 + Y_C \geq 2 & \quad (\text{Tarefa C}) & \quad \text{Restrição nó 4} \end{aligned}$$

$-X_3 + X_5 + Y_D \geq 4$	(Tarefa D)	Restrição nó 5
$-X_4 + X_5 + Y_D \geq 4$	(Tarefa E)	
$-X_4 + X_6 + Y_F \geq 3$	(Tarefa F)	Restrição nó 6
$-X_5 + X_6 + Y_G \geq 5$	(Tarefa G)	
$-X_6 + X_7 + Y_H \geq 2$	(Tarefa H)	Restrição nó 7
$X_1 \dots X_7 \geq 0$		Restrições de não negatividade
$Y_A, \dots, Y_H \geq 0$		

Depois de formularmos o problema, podemos usar um programa de computador de programação linear para determinar a solução. Por exemplo, o uso do programa STORM fornece a seguinte solução:

Solução:

$Y_A = 0$	$X_1 = 0$	$Z = 5000$
$Y_B = 0$	$X_2 = 2$	
$Y_C = 0$	$X_3 = 3$	
$Y_D = 1$	$X_4 = 4$	
$Y_E = 2$	$X_5 = 6$	
$Y_F = 0$	$X_6 = 10$	
$Y_G = 1$	$X_7 = 12$	
$Y_H = 0$		

- Dos valores de Y na solução, podemos ver que para concluir o projecto na data pretendida de 12 semanas, necessitamos de encurtar a tarefa D e G de 1 semana e a tarefa E de 2 semanas;
- Os valores de X indicam quando é que devem começar (e estar concluídas) as actividades que começam (acabam) em dado nó. Por exemplo, a tarefa H tem de começar no momento 10 ($X_6=10$);
- Este encurtamento do tempo na realização do projecto para 12 semanas custa à METAL, um adicional (a mais) de 5000 euros. O custo total do projecto é de $308000+5000=3130000$;
- Existem soluções óptimas alternativas – dois caminho críticos (A-C-H-E-G-H e B-D-G-H) – o que obriga a uma monitorização mais apertada de todas as actividades críticas.

Vejamos a configuração da rede, depois de feita a partição de algumas tarefas:

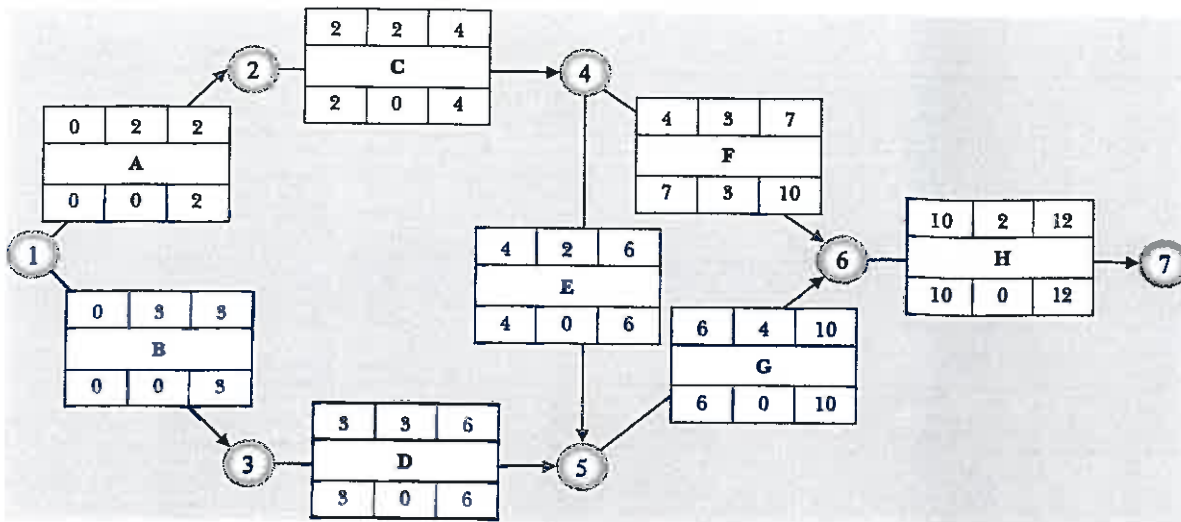


Figura 24



Empresa METAL – Meios Monetários Adicionais Disponíveis

A gestão da METAL pensa que, por uma questão de imagem, é de todo o interesse, a resolução do problema de poluição, o mais rapidamente possível. Tem disponíveis 9000 euros que pode investir para acelerar a conclusão do projecto o máximo possível. Determine o novo tempo de conclusão do projecto bem como a nova calendarização das actividades, fazendo uso dos meios monetários disponíveis.

Uma aproximação para determinar o novo tempo de conclusão do projecto com a restrição orçamental proposta é modificar o modelo de programação linear apresentado em que:

- O objectivo é minimizar o tempo de conclusão do projecto – isto é:

$$\text{Min } Z = X_7$$

- Adicionar uma restrição orçamental para assegurar que o custo total de partição não excede os 9000 euros disponíveis:

$$1000 Y_A + 2000 Y_B + 1000 Y_C + 1000 Y_D + 1000 Y_E + 500 Y_F + 2000 Y_G + 3000 Y_H \leq 9000$$

Vejamos então a solução para a situação apresentada:

$$\begin{array}{ll}
 Y_A=0 & X_1=0 \\
 Y_B=0 & X_2=2 \\
 Y_C=0 & X_3=3 \\
 Y_D=1 & X_4=4 \\
 Y_E=2 & X_5=6 \\
 Y_F=0 & X_6=8 \\
 Y_G=3 & X_7=10 \\
 Y_H=0 & \\
 \end{array}
 \quad Z = 10$$

- A solução óptima mostra-nos que os 9000 euros disponíveis permitem concluir o projecto em 10 semanas (diminuição de 5 semanas) encurtando a tarefa D de 1 semana, a E de 2 semanas e a G de 3 semanas.

Actividade	Nº de Semanas a Encurtar	Custo	
		Encurtamento/Semana	Total
D	1	1000	1000
E	2	1000	2000
G	3	2000	6000
Total			9000

- Agora temos que estabelecer a nova calendarização para as actividades. Uma maneira de a fazer é utilizar os valores de X da solução apresentada – pois eles representam o tempo em que as actividades associadas com dado nó se podem iniciar.

Alternativamente, a nova calendarização pode ser obtida usando um programa de computador qualquer, para resolver novamente a rede.

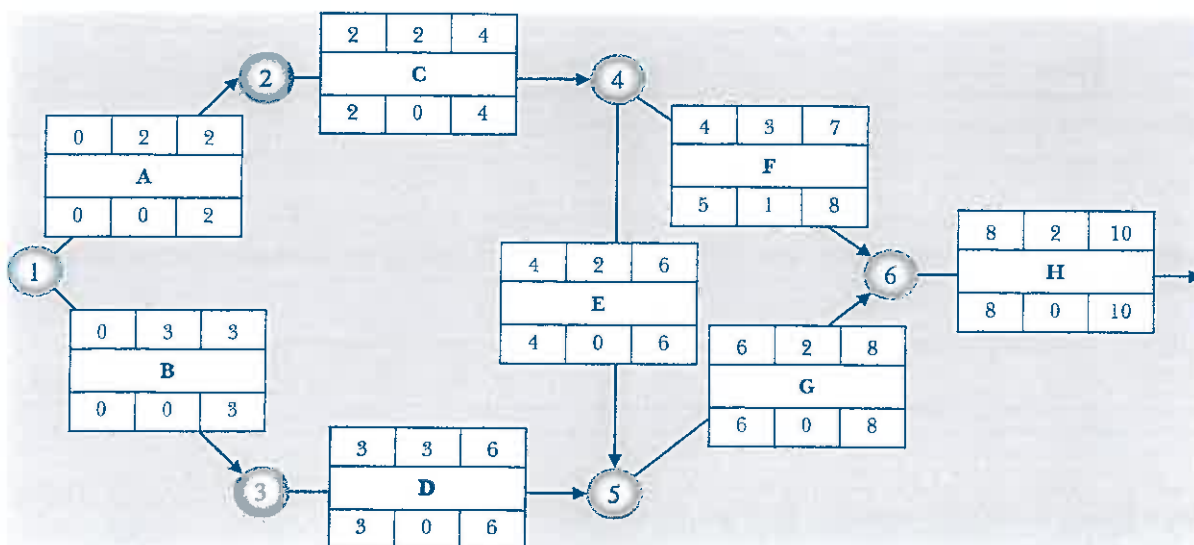


Figura 25

Caminho críticos:

A - C - E - G - H

e

B - D - G - H

Logo, todas as actividades críticas devem ser monitorizadas de perto para se conseguir concluir o projecto em 10 semanas.

**Empresa de Consultoria**

Suponha que a gestão da Empresa de Consultoria, estabeleceu um prazo de 18 semanas, em vez de 25 semanas, para proceder à abertura da nova agência no Porto. Lembremos que o comprimento do caminho crítico era de 23 semanas. Qual a quantia adicional a dispendir pela empresa para conseguir concluir o projecto em 18 semanas?

Depois de um trabalho de equipa aturado, o senhor Lopes, estimou os tempos e os custos normais e de "partição" apresentados na tabela seguinte:

Actividade	Tempo (semanas)		Custo (contos)		Custo de partição por semana	Actividade Crítica?
	Normal	Partição	Normal	Partição		
A	3	1	1500	500	500	Não
B	5	1	1000	500	125	Sim
C	3	1	2000	1000	500	Sim
D	4	3	5000	4000	1000	Sim
E	8	6	25000	24000	500	Sim
F	2	1	1000	500	500	Não
G	4	2	3000	1000	1000	Não
H	2	1	1000	500	500	Não
I	5	3	1000	500	250	Não
J	3	2	2000	1000	1000	Sim

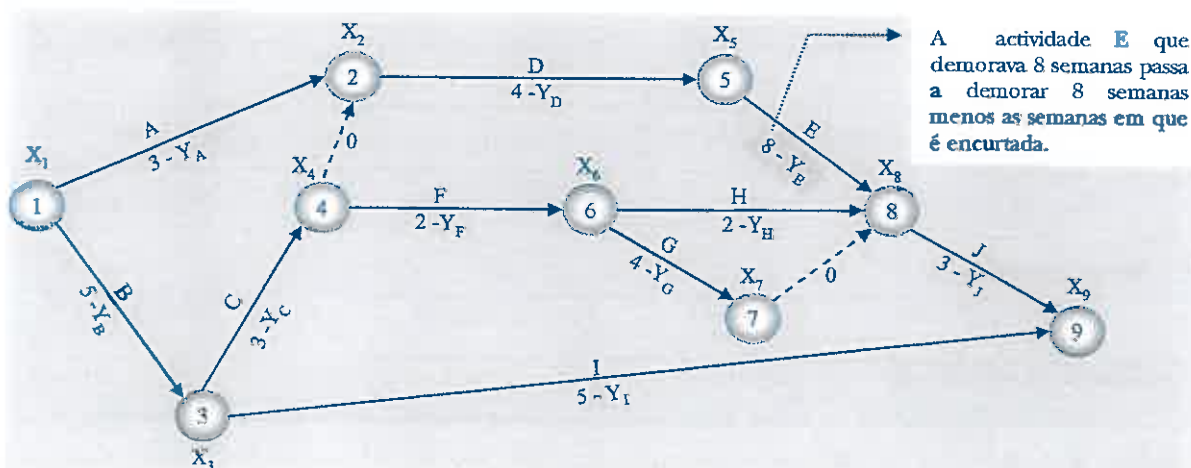
Lembremos a rede associada com este problema

Figura 26

Vejamos a formulação do problema:

- ➔ **Função Objectivo:** O objectivo geral é minimizar os recursos totais adicionais necessários para concluir o projecto na data pretendida.

$$\begin{aligned} \text{Mín Custo de Encurtamento} = & 500 Y_A + 125 Y_B & + 500 Y_C + 1000 Y_D \\ & + 500 Y_E + 500 Y_F & + 1000 Y_G + 500 Y_H \\ & + 250 Y_I + 1000 Y_J \end{aligned}$$

- **Restrições do tempo de Encurtamento**

$$\begin{aligned} 0 \leq Y_A &\leq 2 \\ 0 \leq Y_B &\leq 4 \\ 0 \leq Y_C &\leq 2 \\ 0 \leq Y_D &\leq 1 \\ 0 \leq Y_E &\leq 2 \\ 0 \leq Y_F &\leq 2 \\ 0 \leq Y_G &\leq 2 \\ 0 \leq Y_H &\leq 1 \\ 0 \leq Y_I &\leq 2 \\ 0 \leq Y_J &\leq 1 \end{aligned}$$

- **Início e fim do projecto**

$$\begin{aligned} X_1 &= 0 && \text{(Começo projecto)} \\ X_9 &\leq 18 && \text{(Fim do projecto)} \end{aligned}$$

- **Restrição do nó 2**

(Tempo de começo da actividade D) \geq (Tempo de acabamento da actividade A e da actividade Fictícia)

$$\begin{aligned} (\text{Tempo de começo da actividade D}) &\geq (\text{Tempo de começo da actividade A}) \\ &+ (\text{Tempo encurtado à actividade A}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{Tempo de começo da actividade D}) &\geq (\text{Tempo de começo da actividade Fictícia}) \\ &+ (\text{Tempo encurtado à actividade Fictícia}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 &\geq X_1 + (3 - Y_A) && \text{ou} && -X_1 + X_2 + Y_A \geq 3 && \text{(Tarefa A)} \\ X_2 &\geq X_1 + 0 && \text{ou} && -X_1 + X_2 \geq 0 && \text{(Fictícia)} \end{aligned}$$

- **Restrição do nó 3**

(Tempo de começo da actividade C e I) \geq (Tempo de acabamento da actividade B)

$$X_3 \geq X_1 + (5 - Y_B) \quad \text{ou} \quad -X_1 + X_3 + Y_B \geq 5 \quad \text{(Tarefa B)}$$

- **Restrição do nó 4**

$$X_4 \geq X_3 + (3 - Y_C) \quad \text{ou} \quad -X_3 + X_4 + Y_C \geq 3 \quad \text{(Tarefa C)}$$

- **Restrição do nó 5**

$$X_5 \geq X_2 + (4 - Y_D) \quad \text{ou} \quad -X_2 + X_5 + Y_D \geq 4 \quad \text{(Tarefa D)}$$

- **Restrição do nó 6**
 $X_6 \geq X_4 + (2 - Y_F)$ ou $-X_4 + X_6 + Y_F \geq 2$ (Tarefa F)
- **Restrição do nó 7**
 $X_7 \geq X_6 + (4 - Y_G)$ ou $-X_6 + X_7 + Y_G \geq 4$ (Tarefa G)
- **Restrição do nó 8**
 $X_8 \geq X_5 + (8 - Y_E)$ ou $-X_5 + X_8 + Y_E \geq 8$ (Tarefa E)
 $X_8 \geq X_6 + (2 - Y_H)$ ou $-X_6 + X_8 + Y_H \geq 2$ (Tarefa H)
 $X_8 \geq X_7 + 0$ ou $-X_7 + X_8 \geq 0$ (Fictícia)
- **Restrição do nó 9**
 $X_9 \geq X_8 + (3 - Y_J)$ ou $-X_8 + X_9 + Y_J \geq 3$ (Tarefa J)
 $X_9 \geq X_3 + (5 - Y_I)$ ou $-X_3 + X_9 + Y_I \geq 5$ (Tarefa I)

Depois de adicionadas as restrições de não negatividade, este problema de programação linear pode ser resolvido para encontrar os valores óptimos de Y.

•> **Formulação Problema:**

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \quad 500 Y_A + 125 Y_B & + 500 Y_C & + 1000 Y_D \\ & + 500 Y_E + 500 Y_F & + 1000 Y_G & + 500 Y_H \\ & + 250 Y_I + 1000 Y_J & & \end{aligned}$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} 0 \leq Y_A \leq 2 \\ 0 \leq Y_B \leq 4 \\ 0 \leq Y_C \leq 2 \\ 0 \leq Y_D \leq 1 \\ 0 \leq Y_E \leq 2 \\ 0 \leq Y_F \leq 2 \\ 0 \leq Y_G \leq 2 \\ 0 \leq Y_H \leq 1 \\ 0 \leq Y_I \leq 2 \\ 0 \leq Y_J \leq 1 \end{aligned}$$

Restrições de Limitação

$$\begin{aligned} X_1 = 0 & \quad \text{(Começo projecto)} \\ X_9 \leq 18 & \quad \text{(Fim do projecto)} \end{aligned}$$

Restrições de começo e acabamento do projecto

$$\begin{aligned} -X_1 + X_2 + Y_A \geq 3 & \quad \text{(Tarefa A)} \\ -X_4 + X_2 \geq 0 & \quad \text{(Fictícia)} & \quad \text{Restrição nó 2} \\ -X_1 + X_3 + Y_B \geq 5 & \quad \text{(Tarefa B)} & \quad \text{Restrição nó 3} \\ -X_3 + X_4 + Y_C \geq 3 & \quad \text{(Tarefa C)} & \quad \text{Restrição nó 4} \\ -X_2 + X_5 + Y_D \geq 4 & \quad \text{(Tarefa D)} & \quad \text{Restrição nó 5} \\ -X_4 + X_6 + Y_F \geq 2 & \quad \text{(Tarefa F)} & \quad \text{Restrição nó 6} \\ -X_6 + X_7 + Y_G \geq 4 & \quad \text{(Tarefa G)} & \quad \text{Restrição nó 7} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
 -X_5 + X_8 + Y_E \geq 8 & \text{(Tarefa E)} \\
 -X_6 + X_8 + Y_H \geq 2 & \text{(Tarefa H)} \\
 -X_7 + X_8 \geq 0 & \text{(Fictícia)} \\
 & \text{Restrição nº 8} \\
 \\
 -X_8 + X_9 + Y_J \geq 3 & \text{(Tarefa J)} \\
 -X_9 + X_9 + Y_I \geq 5 & \text{(Tarefa I)} \\
 & \text{Restrição nº 9} \\
 \\
 X_1 \dots X_9 \geq 0 & \\
 Y_A, \dots, Y_I \geq 0 & \\
 & \text{Restrições de não} \\
 & \text{negatividade}
 \end{array}$$

Resolvendo o problema apresentado obtemos a seguinte solução:

$$\begin{array}{ll}
 Y_A = 0 & \\
 Y_B = 4 & X_1 = 0 \\
 Y_C = 1 & X_2 = 3 \\
 Y_D = 0 & X_3 = 1 \\
 Y_E = 0 & X_4 = 3 \\
 Y_F = 0 & X_5 = 7 \\
 Y_G = 0 & X_6 = 11 \\
 Y_H = 0 & X_7 = 15 \\
 Y_I = 0 & X_8 = 15 \\
 Y_J = 0 & X_9 = 18 \\
 & Z = 1000
 \end{array}$$



- Dos valores de Y na solução, podemos ver que, para concluir o projecto no tempo pretendido de 18 semanas, necessitamos de encurtar a tarefa B de 4 semanas e a C de 1;
- Os valores de X indicam quando é que **devem** começar (e **estar concluídas**) as actividades que **começam** (acabam) em dado nó. Por exemplo, a actividade E deve começar no momento 7 ($X_5=7$);
- Este encurtamento do tempo na realização do projecto para 18 semanas custa à Empresa de Consultoria, um **adicional** (a mais) de 1000 euros.

Existem soluções óptimas alternativas – as tarefas críticas devem ser monitoradas mais de próximo.

(Caminho críticos: A – D – E – J e B – C – D – E – J).

A rede PERT é a seguinte:

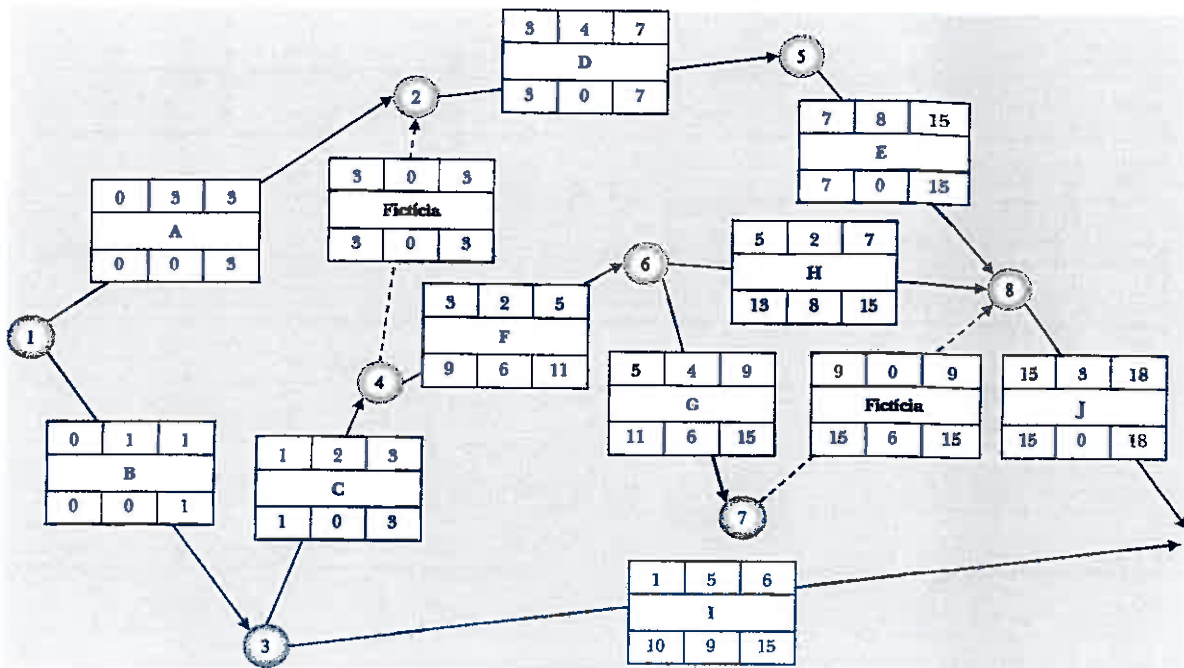


Figura 27



Empresa de Consultoria – Meios Monetários Adicionais Disponíveis

A gestão da Empresa de Consultoria, pensa ser imprescindível acelerar ao máximo a abertura da agência no Porto. Para tal, disponibilizou ao Sr Lopes um adicional de 3000 euros.

Determine a nova data de conclusão do projecto bem como a nova calendarização das actividades.

Podemos determinar o novo tempo de conclusão do projecto com a restrição orçamental proposta modificando o modelo de programação linear apresentado, em que:



- O objectivo é minimizar o tempo de conclusão do projecto – isto é:

$$\text{Min } Z = X_9$$

- Adicionar uma restrição orçamental para assegurar que o custo total de partição não exceda os 3000 euros disponíveis:

$$500 Y_A + 125 Y_B + 500 Y_C + 1000 Y_D + 500 Y_E + 500 Y_F + 1000 Y_G + 500 Y_H + 250 Y_I + 1000 Y_J \leq 3000$$

Vejamos então a solução para o problema apresentado:

$$\begin{array}{ll}
 Y_A = 0 & \\
 Y_B = 4 & X_1 = 0 \\
 Y_C = 1 & X_2 = 3 \\
 Y_D = 1 & X_3 = 1 \\
 Y_E = 2 & X_4 = 3 \\
 Y_F = 0 & X_5 = 6 \quad Z = 15 \\
 Y_G = 0 & X_6 = 8 \\
 Y_H = 0 & X_7 = 12 \\
 Y_I = 0 & X_8 = 12 \\
 Y_J = 1 & X_9 = 15
 \end{array}$$

- A solução óptima mostra que os 3000 euros disponíveis permitem-nos concluir o projecto em 15 semanas, encurtando a tarefa B de 4 semanas, a C e a D de 1 semana e a E de 2 semanas.

Actividade	Nº de Semanas a Encurtar	Custo	
		Encurtamento/Semana	Total
B	4	125	500
C	1	500	500
D	1	1000	1000
E	2	500	1000
		Total	3000

- A nova calendarização para as actividades pode ser feita utilizando os valores de X da solução apresentada.

Críticas ao PERT/CPM

Como crítica da nossa discussão do PERT/CPM, vejamos algumas situações de que os gestores devem estar conscientes:

Vantagens:

- Útil nos vários estágios da gestão de projectos, especialmente na calendarização e controlo de projectos de grande dimensão;
- Relativamente fácil a sua concepção e não é matematicamente complexa;
- A representação gráfica usando redes ajuda a perceber, de forma rápida, a relação entre as actividades;
- A análise do caminho crítico e das folgas ajudar a detectar quais as actividades que precisam de ser controladas mais de perto;
- Aplicável a uma grande variedade de projectos e de indústrias;
- Útil no controlo não só da calendarização mas também dos custos;
- As redes geradas fornecem documentação importante sobre o projecto e quem é responsável pelas várias actividades.

Desvantagens:

- As actividades do projecto têm de ser claramente definidas, independentes e estáveis na sua relação;
- Existe o perigo inerente de se dar demasiada ênfase ao caminho mais longo – o caminho crítico;
- As estimativas de tempo tendem a ser subjectivas e podem não ser adequadas se o gestor não for suficiente optimista ou pessimista;
- As relações de precedência devem ser especificadas e representadas conjuntamente.

Alternativa GERT

Durante os anos 60, foi desenvolvida uma nova ferramenta radical para gerir projectos, e ultrapassar as desvantagens dos métodos tradicionais. Contudo, o nível de sofisticação da matemática requerida por este método, associada com a informação necessária para

o desenvolvimento da formulação do modelo é tão grande que o método ganhou pouca popularidade.

Uma limitação do PERT é a dificuldade em ajustar a incerteza na rede do projecto. Não só os tempos associados com as actividades em certos projectos podem ser desconhecidos mas também as actividades em si também podem ser desconhecidas. A rede também pode mudar baseada em alterações que ocorrem com o desenrolar do projecto.

O Graphical Evaluation and Review Technique (GERT) é um membro da família do PERT/CPM que insere a incerteza das actividades na rede.

O GERT é de alguma forma similar ao PERT na medida em que consiste de acontecimentos e actividades para formar a rede. Vejamos em como diferem:

PERT	GERT
<ul style="list-style-type: none"> • Todas as actividades têm de se realizar. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cada actividade tem uma probabilidade de ocorrência p ($0 \leq p \leq 1$). Se $p=1$ para uma actividade, então caímos no PERT e o ramo é determinístico. Se $p < 1$, a actividade é chamada de probabilística;
<ul style="list-style-type: none"> • Todas as actividades do projecto devem ser concluídas com sucesso. 	<ul style="list-style-type: none"> • Algumas actividades podem falhar, mudando a natureza das actividades que as seguem. Em vez de ser estruturado em actividades que devem ser concluídas, o GERT tem actividades que podem ser ou não ser concluídas. É possível ter actividades que não são realizadas, ou apenas o são parcialmente ou então são concluídas totalmente;
<ul style="list-style-type: none"> • “Olhar para trás” para actividades prévias não é permitido. 	<ul style="list-style-type: none"> • “Olhar para trás” (por exemplo, redesenhar ou re-testar qualquer actividade) é permitido. É possível iniciar uma actividade sem completar todas as suas actividades predecessoras.



Software para Gestão de Projectos

O software de gestão de projectos é muito vasto. Existem dezenas de produtos por onde escolher. Deixamos aqui uma pequena amostra:

- *Computer Models for Management Science*. Eriksson e Hall. Reading, MA: Addison-Wesley, 1986;
- *Confidence Factor*. Newman et al Irvine, CA: Simple Software, 1983;
- *Decision Support Modelling*. San Juan Capristano, CA: Decision Support Systems, 1986;
- *Harvard Project Manager*. Mountain View, CA: Software Publishing Company, 1986;
- *Management Science and the Microcomputer*. Burns and Austin. New York: Macmillan, 1985;
- *Microcomputer Models for Management Decision-Making*. Denis & Denis, St Paul, MN: West;
- *Microcomputer Software for Management Science and Operations Management*. Render and Stair. Boston: Allyn & Bacon, 1986;
- *MicroManager*. San Francisco: Micro Planning Software, 1989;
- *Micro Manager*. Sang Lee e Yung Shim. Dubuque, IA: William C Brown, 1986;
- *Microsoft Project*. Bellevue, W A: Microsoft Corporation, 1985;
- *Primavera*. Foster City, CA: Scitor Corporation, 1987;
- *Quantitative Systems for Business*. Chang and Sullivan, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1986;
- *STORM*. Dale Flowers et al. Oakland, CA: Holden-Day, 1986.



Gestão de Projectos e Desenvolvimento de Software

Enquanto os computadores revolucionaram a forma em como as empresas conduzem os seus negócios e permitem que algumas organizações consigam uma vantagem competitiva de longo prazo no mercado, o software que controla estes computadores é frequentemente mais caro do que o pretendido e demora mais a desenvolver do que o esperado.

O "London Stock Exchange", por exemplo, tem um projecto ambicioso de software chamado de TAURUS que pretende melhorar as operações de computador na bolsa. O projecto TAURUS, que custou centenas de milhares de dólares, nunca foi concluído. Depois de numerosos atrasos e custos excedentários o projecto foi cancelado.

O sistema FLORIDA, um projecto aliciante de software, em desenvolvimento para o Departamento de Saúde e Serviços de Reabilitação do estado da Flórida, também atrasou, custou mais do que o esperado e não trabalhou como era esperado.

Muito embora nem todos os projectos de desenvolvimento de software, atrasem ou custem mais do que o orçamentado, foi estimado que mais de metade de todos os projectos de software custam mais de 189% das suas projecções originais.

Para controlar projectos de software de grande dimensão muitas empresas usam técnicas da gestão de projectos. A Ryder Systems, Inc, a American Express Financial Advisors e a United Airlines criaram todas departamentos de gestão de projectos para o seu software e para projectos de sistema de informação. Estes departamentos têm autoridade para controlar projectos de software de grande dimensão e para proceder a mudanças nas datas agendadas, nos orçamentos e nos recursos usados para completar os esforços de desenvolvimento de software.

Fonte: Julia King "Tough Love Reins in IS Projects", *Computerworld*, June 19, 1995, p 25.

Sumário

Todas as organizações podem extemporaneamente planear, calendarizar e monitorar um projecto complexo – mesmo que este projecto contenha tarefas numerosas em que não exista experiência acumulada – desde que as limitações orçamentais não sejam preocupação. Contudo, se essas limitações forem preocupação dominante, é importante usar técnicas de gestão de projectos para gerir este difícil processo.



Apresentámos os fundamentos principais do PERT e CPM. Ambas as técnicas são excelentes meios de controlar projectos complexos e de grande dimensão.

O PERT é uma técnica probabilística e permite três estimativas de tempo para cada actividade. Estes valores são usados para calcular o tempo esperado de conclusão do projecto, a sua variância e a probabilidade de o projecto estar concluído em dada data.

O PERT/Custo, uma extensão do PERT padrão, pode ser usado para planear, calendarizar, monitorar e controlar os custos do projecto. Usando esta aproximação poderemos determinar se existem custos a mais ou a menos em dado ponto de tempo. Também é possível determinar se o projecto está ou não em dia.

O CPM muito embora similar ao PERT, permite o encurtar de projectos reduzindo o seu tempo de realização mas com a adição de gastos extra em recursos.

Uma variante ao PERT/CPM é oferecida pelo método GERT. Esta técnica analítica, muito embora difícil de modelar, ultrapassa muitas das limitações inerentes aos dois métodos tradicionais. Infelizmente, pouco foi feito para popularizar o GERT desde o seu desenvolvimento em 1960.



Bibliografia

- A A B, Pritsker and W W Happ “GERT: Graphical Evaluation and Review Technique, Part I”, *Journal of Industrial Engineering*, 17, 5 (Maio, 1966);
- A A B, Pritsker and W W Happ “GERT, Part II”, *Journal of Industrial Engineering*, 17, 6 (Junho, 1966);
- Ameiss, A P e W A Thompson “PERT for Monthly Financial Closing”, *Management Advisor* (Janeiro-Fevereiro), 1974;
- Bazaraa, M e J Jarvis, *Linear Programming and Network Flows*, New York: Wiley, 1977;
- Bellas C e A Salmi “Improving New Product Planning with GERT Simulation”, *California Management Review* 15, nº 4: Verão 1973: 14-21;
- Clayton, E R e L J Moore “PERT vs GERT”, *Journal of Systems Management*, 23 (Fevereiro 1972): 11-19;
- Cleland, D L e W R King, *Project Management Handbook.*, New York: Van Nostrand Reinhold, 1984;
- Dane, C W, C F Gray e B M Woodworth “Factors Affecting the Successful Application of PERT/CPM Systems in a Government Organization”, *Interfaces* 9, nº5 Novembro 1979: 94-98;
- Dequan C, J Lei e P Chungmin “Popularization of Management Science in China: Using CPM in a Sugar Factory”, *Interfaces*, 16 (Março-Abril 1986): 2-9;
- Evarts, H F, *Introduction to PERT*. Boston: Allyn & Bacon, 1964;
- Gass, S, *Linear Programming: Models and Applications*, 5th ed New York: McGraw-Hill, 1985;
- Halpern, J, E Sarisamlis e Y Wand, “An Activity Network Approach for the Analysis of Manning Policies in Fire Fighting Operations”, *Management Science* 28 (Outubro 1982), 1121-1136;
- Handy Taha, *Operations Research*, Prentice Hall, 7ª Edição, 2002;
- Jensen, P e W Barnes, *Network Flow Programming*, New York: Wiley, 1980;
- Kurtulus, I e E W Davis “Multi-Project Scheduling: Categorization of Heuristics Rules Performance”, *Management Science* 28, nº2 Fevereiro 1982: 161-172;
- Kerzner, H e H Thamhain, *Project Management for Small and Medium Size Business*, New York: Van Nostrand Reinhold, 1984;
- Klingman, D et al “The Challenges and Success Factors in Implementing an Integrated Products Planning System for Citgo”, *Interfaces* 6 (Junho 1986): 1-19;
- Leonid N. Vaserstein, *Introduction to Linear Programming*, Prentice Hall, 2003;
- Little, J D e al “An Algorithm for the Salesman Problem”, *Operations Research* 11, 1963: 972-89;
- Minieka, E, *Optimization Algorithms for Networks and Graphs*. New York: Decker 1978;
- Murty, Katta G, *Operations Research: Deterministic Optimization Models*, Prentice Hall, 1995;
- Moder, J E W Davis e C Phillips, *Project Management with CPM e PERT*, New York: Van Nostrand-Reinhold, 1983;
- Moore, Jeffrey H. e Larry R. Weatherford, *Decision Modelling with Microsoft® Excel*, 6/E, Prentice Hall, 2001;
- Nibletto, Paolo “Historical Data Needed to see into Harley Davidson’s Future”, *Info Canada*, Julho 1992, p42.
- O’Neal, J e C Philips “Project Management Computer Software Buyer’s Guide”, *Industrial Engineering*, 19 (Janeiro 1987);
- Philips, D e A Diaz, *Fundamentals of Network Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1981;
- Rafael Andreu e Albert Coromias “SUCESS92: A DSS for Scheduling the Olympic Games”, *Interfaces*, 19, nº5, 1989, 1-12;
- Render, B e R M Stair, *Introduction to Management Science*, Boston: Allyn & Bacon, 1992;
- Render, B e R M Stair, *Quantitative Analysis for Management*, 4th ed. Boston: Allyn & Bacon, 1991;
- Render, B e R M Stair, *Cases and Readings in Management Science*, 2nd ed Boston: Allyn & Bacon, 1990;

- Richard Stats, "Desert Storm: A Re-examination of the Ground War in the Persian Gulf, and the Key Role Played by OR", *OR/MS Today*, Dezembro 1991, 42-56;
- Sancho, N G F "On the Maximum Expected Flow in the Network", *Journal of Operational Research Society*, vol 39, Maio 1988, pp 481-485;
- Schonberger, Richard J "Why Projects Are 'Always' Late: A Rationale Based on Manual Simulation of a PERT/CPM Network", *Interfaces* 11, N° 5 Outubro 1981: 66-70;
- Sivathnu, Pillai "Enhanced PERT for Program Analysis, Control, and Evaluations ", *International Journal of Project Management*, February 1993, p39;
- Shelmerdine, E K "Planning for Project Management", *Journal of Systems Management* 40, Janeiro 1989: 16:20;
- Taylor, Bernard, *Introduction to Management Science and Student CD*, 8ª Edição, Prentice-Hall, 2004;
- Taylor, Bernard W, III and Laurence J Moore "R&D Project Planning with Q-GERT Networking Modelling and Simulation", *Management Science*, 26 , n°1 (Janeiro 1980): 44-59;
- Vemuganti, R R e al "Network Models for Fleet Management", *Decision Sciences*, vol 20, Inverno 1989. pp 182-197;
- Wiest, J and F Levy, *A Management Guide to PERT/CPM*, 2 ed Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1977.



Questões e Problemas

1. Qual a diferença básica entre o PERT e o CPM?
2. Quais são algumas questões que podem ser respondidas com o PERT e o CPM?
3. O que é uma actividade? Um acontecimento? O que é uma actividade predecessora imediata?
4. O que são actividades fictícias e quando devem ser usadas?
5. O que é o tempo de começo mais cedo e mais tarde de uma actividade? Como se calculam?
6. Como pode ser determinada a probabilidade de o projecto estar concluído em dada data? Que pressupostos são assumidos nestes cálculos?
7. Que pressupostos são assumidos no cálculo dos tempos esperados e da variância das actividades na rede PERT?
8. O conceito de folga é relevante na análise da rede CPM? Porquê?
9. Descreva de forma sintética como se determina o caminho crítico numa rede?
10. Porque é que é importante a identificação do caminho crítico na calendarização e controlo do projecto?
11. Qual é o conceito de folga numa rede e como se calcula?
12. Verdadeiro ou Falso
 - Existe a necessidade de usar uma actividade fictícia para representar a seguinte lista de actividades:

Actividade	Predecessora Imediata
1	-
2	-
3	1
4	2, 3
5	2
6	5

- O tempo de acabamento mais cedo de uma actividade depende do tempo de acabamento mais cedo do projecto.
- O tempo de acabamento mais tarde de uma actividade depende do tempo de acabamento mais cedo do projecto.
- Todas as actividades no caminho crítico têm o seu tempo de acabamento mais

tarde igual ao seu tempo de começo mais cedo.

- Uma análise estratégica da rede PERT concentra-se na atribuição de recursos para reduzir o tempo do caminho crítico.
- A probabilidade de completar o projecto no tempo T é igual à probabilidade de completar o caminho crítico no tempo T .
- O desvio padrão de uma actividade é estimado como $(b-a)/6$, onde b representa o tempo pessimista e o a o optimista.

13. Escolha múltipla:

- De todos os caminhos através da rede, o caminho crítico:
 - Tem o tempo máximo esperado.
 - Tem o tempo mínimo esperado.
 - Tem o tempo máximo actual.
 - Tem o tempo mínimo actual.

- O tempo de começo mais cedo de uma actividade (CC) que deixa o nó C:
 - É o máximo de todos os tempos de acabamento mais cedo que entram no nó C.
 - Iguala o tempo de começo mais cedo para essa actividade menos o tempo esperado de realização dessa tarefa (t).
 - Depende de todos os caminhos que passam pelo nó C.
 - Todas as de cima.

- O tempo de acabamento mais cedo (AC) de uma actividade que entra no nó H:
 - Iguala o máximo dos tempos mais tarde de começo de todas as actividades que deixam o nó H.
 - Depende do tempo de acabamento mais tarde do projecto.
 - Iguala o tempo de começo mais tarde da actividade menos o tempo dessa actividade (t).
 - Nenhuma das de cima.

- O cálculo dos tempos esperados das actividades na rede PERT:
 - Usa três estimativas.
 - Dá o maior peso ao tempo mais provável.
 - É motivado na distribuição Beta.
 - Todas as de cima.

- O cálculo da probabilidade de que o caminho crítico seja concluído no momento T :
 - Assume que os tempos das actividades são estatisticamente independentes.
 - Assume que o tempo do caminho crítico tem aproximadamente uma distribuição Beta.
 - Requer o conhecimento do desvio padrão de todas as actividades da rede.
 - Todas as de cima.

14. A TOTA estimou três tempos para calcular os dados presentes na tabela seguinte, relativos à construção de uma casa. Para cada actividade, calcule:

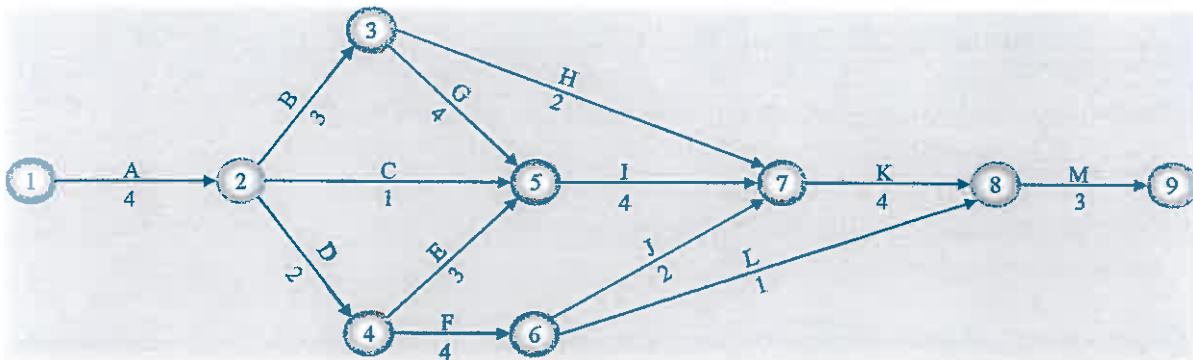
- O tempo de começo mais cedo

- O tempo de acabamento mais cedo
- O tempo de começo mais tarde
- O tempo de acabamento mais tarde
- As folgas
- O caminho crítico

Número de Actividade	Actividade	Predecessoras Imediatas	Tempo Esperado (dias)
1	Paredes e Tecto	2	5
2	Fundações	-	3
3	Caibros do Telhado	1	2
4	Pranchas do Telhado	3	3
5	Fios Eléctricos	1	4
6	Telhado	4	8
7	Acabamento Exterior	8	5
8	Janelas	1	2
9	Pintura	6, 7, 10	2
10	Acabamentos Interiores	8, 5	3

15. Como gestor de projecto, tem em mãos a seguinte rede de actividades e os tempos estimados, presentes na figura seguinte. Para cada actividade calcule:

- Tempo de começo mais cedo.
- Tempo de acabamento mais cedo.
- Tempo de começo mais tarde.
- Tempo de acabamento mais tarde.
- Folga.
- Identifique o caminho crítico.



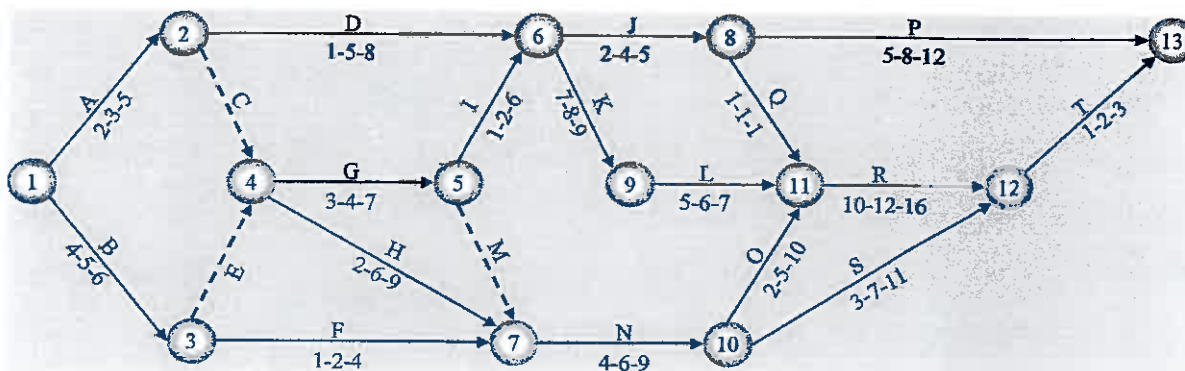
16. Dada a seguinte lista de actividades com duração em dias:

Actividade	Predecessora Imediata	Duração
A	-	34
B	-	8
C	-	10
D	B	4
E	C	8
F	D, E	12

G	D, E	35
H	F, G	6
I	H	10
J	F	14
K	F	40
L	A, J	43
M	A, J	28
N	H	12
O	N	18
P	L, K, M	22

- Desenhe a rede.
- Determine os tempos mais cedo e mais tarde de começo e de conclusão das actividades.
- Identifique o caminho crítico.
- Determine o tempo esperado para concluir o projecto.

17. Dada a seguinte rede, com os tempos optimistas, mais prováveis e pessimistas apresentados em semanas:



- Identifique o caminho crítico.
- Determine o tempo esperado de conclusão do projecto.
- Que folga está associada com a actividade que começa no nó 10 e termina no nó 11?
- Qual é o desvio-padrão do tempo do caminho crítico?
- Qual a probabilidade de o projecto estar concluído dentro de 45 semanas?

18. A tabela seguinte lista as actividades de uma rede, com a estimativa dos tempos dada em semanas:

Actividade	Predecessora Imediata	Tempo (meses)		
		Optimista	Mais Provável	Pessimista
A	-	2	3	4
B	-	2	5	8
C	-	7	8	12
D	B	6	7	9
E	A	3	10	12
F	A	11	12	13

G	C, D	2	4	8
H	E	4	7	10
I	F, G	5	9	19
J	H	3	5	15

- Desenhe a rede.
- Calcule os tempos das actividades.
- Determine o caminho crítico.
- Determine a variância do caminho crítico.
- Qual a probabilidade de o projecto estar concluído a tempo? Dentro de 30 dias?

19. Um projecto de construção consiste de 22 actividades, A a V como é descrito a seguir:

- a B e C, são as actividades iniciais e podem começar em simultâneo.
- a F pode começar imediatamente depois de a A estar concluída.
- a D apenas pode começar depois de a B e C terem acabado.
- assim que a actividade A e B estiverem concluídas, a actividade C pode começar.
- a G não pode começar antes de a E ter sido concluída.
- as actividades H e K podem começar imediatamente depois de a F ter terminado.
- as actividades I e J começam depois de D, G e H terem sido concluídas.
- as actividades N, O e P sucedem à K.
- a Q segue a L.
- a R segue M, J e N.
- a S segue R.
- a U começa depois de Q e S terem sido ambas concluídas.
- a T segue a O e a V segue a O e a P.

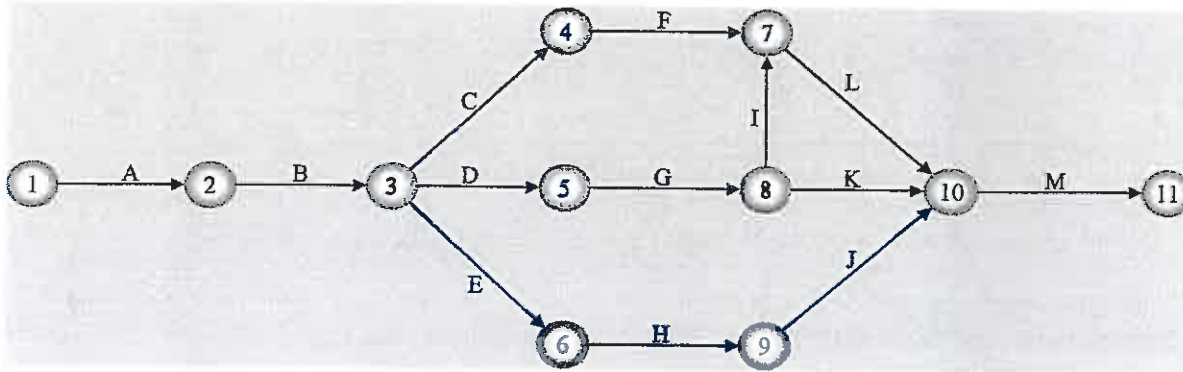
Desenhe uma lista de actividades e das suas predecessoras e construa a rede.

20. Dados os seguintes tempos para o problema anterior, determine o caminho crítico, o tempo de acabamento e a variância do caminho crítico:

Actividade	Tempo		
	Pessimista	Mais Provável	Optimista
A	14	16	24
B	4	10	16
C	12	15	18
D	16	20	24
E	6	20	24
F	8	8	8
G	6	8	16
H	9	14	18
I	16	18	23
J	16	26	40
K	30	36	42
L	4	9	10
M	6	15	24
N	11	13	15

O	20	24	28
P	12	16	20
Q	10	13	26
R	6	6	7
S	5	11	17
T	4	10	16
U	6	8	14
V	10	14	18

21. Foi designado como consultor de produção. Correntemente a fábrica, no seu processo produtivo, usa a aproximação CPM/PERT descrito na figura seguinte:



Baseado no seu trabalho, determinou nova informação sobre o processo produtivo:

Actividade	Predecessoras Imediatas
A	-
B	-
C	A
D	B
E	B
F	C
G	D
H	E
I	G
J	E
K	H
L	F
M	L, I, K, J

- Desenhe a rede PERT.
- Calcule o tempo de começo mais cedo para cada actividade baseando-se no pressuposto de que cada actividade demora 1 hora a mais que a sua predecessora alfabética (isto é, A=1 hora, B=2 horas, ...).
- Encontre a folga para cada actividade e determine o caminho crítico.
- Quanto tempo a menos o processo produtivo demora neste caso relativamente ao processo antigo.

22. O director de pessoal da empresa TITO está a tentar desenvolver um programa para os seus clientes poderem usar na procura de trabalho. Algumas das actividades

incluem: preparação de *currícula*, escrita de cartas, marcação de entrevistas com possíveis empregadores, descobrir empresas e indústrias, etc. A informação relevante é descrita a seguir:

Actividade	Predecessora Imediata	Tempo (dias)		
		Optimista	Mais Provável	Pessimista
A	-	8	10	12
B	-	6	7	9
C	-	3	3	4
D	A	10	20	30
E	C	6	7	8
F	B, D, E	9	10	11
G	B, D, E	6	7	10
H	F	14	15	16
I	F	10	11	13
J	G, H	6	7	8
K	I, J	4	7	8
L	G, H	1	2	4

- Construa a rede para este problema.
- Determine o tempo esperado e a variância para cada actividade.
- Determine CC, AC, CT, AT e a folga para cada actividade.
- Determine o caminho crítico e o tempo de realização do projecto.
- Determine a probabilidade de o projecto estar concluído em 70 dias.
- Determine a probabilidade de o projecto estar concluído em 80 dias.
- Determine a probabilidade de o projecto estar concluído em 90 dias.

23. Usando o PERT o senhor Tomás determinou que o tempo esperado de acabamento de um projecto é de 21 meses e a variância desse projecto é de 4 meses:

- Qual a probabilidade de o projecto estar concluído em 17 meses?
- Qual a probabilidade de o projecto estar concluído em 20 meses?
- Qual a probabilidade de o projecto estar concluído em 23 meses?
- Qual a probabilidade de o projecto estar concluído em 25 meses?

24. Baseado na história da empresa TOTA (problema 14) a gestão determinou os tempos, optimistas, mais prováveis e pessimistas seguintes:

Actividade	Descrição	Tempo			Predecessora Imediata
		Optimista	Mais Provável	Pessimista	
1	Paredes e Tecto	3	5	7	2
2	Fundações	2	3	4	-
3	Vigas do Telhado	1	2	3	1
4	Pranchas do Telhado	1	2	9	3
5	Fios Eléctricos	4	4	4	1
6	Telhado	4	8	12	4
7	Acabamento Exterior	1	3	17	8
8	Janelas	1	2	3	1
9	Pintura	2	2	2	6, 7, 10
10	Acabamentos Interiores	2	3	4	8, 5

- Calcule o tempo esperado e o desvio padrão para cada actividade?
- Identifique o caminho crítico?
- Assuma que os tempos das actividades da rede são independentes e que a soma de qualquer combinação dos tempos das actividades são Normalmente distribuídos:
 - Qual a probabilidade de que todas as actividades no caminho crítico estejam concluídas dentro de 12 dias?
 - Dentro de 25 dias?
 - Esta é a mesma probabilidade de todo o projecto estar concluído em 25 dias? Comente.
 - Qual a duração a atribuir ao projecto para haver 95% de certeza de as tarefas do caminho crítico estarem concluídas a tempo?

25. A obtenção de um grau numa Universidade ou num Politécnico pode ser uma tarefa demorada e difícil. Certas disciplinas têm que ser feitas antes que se possa começar outras. Desenvolva uma rede, onde cada disciplina representa uma dada tarefa que têm de ser realizada para a obtenção do grau.

Na rede, a predecessora imediata de uma disciplina serão os seus pré-requisitos (precedências). Tente depois agrupar as disciplinas em semestres. Quanto tempo precisa para obter um grau? Que disciplinas, se não forem feitas na devida sequência, podem atrasar a obtenção do grau?

26. A empresa METALUX produz prateleiras para uso comercial. Está também a pensar em começar a produzir, prateleiras para uso doméstico. As actividades necessárias para construir um modelo experimental e os dados relacionados são apresentadas na tabela seguinte: (tempo em dias)

Actividade	Estimativa de Tempo	Predecessora Imediata
1	12	-
1	12	-
2	24	-
3	9	1
4	36	1
5	18	1
6	27	2, 3
7	15	2, 3, 5
8	39	2, 3
9	21	4, 6, 7

- Qual é o tempo mais cedo de começo e acabamento de cada actividade?
- Qual é o tempo mais tarde de começo e de acabamento de cada actividade?
- Qual é a folga associada com cada actividade?
- Qual é o caminho crítico e a sua duração?

27. A empresa COLA está a desenvolver um novo produto. Considere o seguinte cenário simplificado para o desenvolvimento de um produto na fase de teste de mercado (tempo em semanas):

Actividade	Descrição	Estimativa Tempo	Predecessora Imediata
A	Desenho da campanha promocional	3	-
B	Análise do preço inicial	1	-
C	Desenho do produto	5	-
D	Análise do custo promocional	1	A
E	Produção de modelos protótipos	6	C
F	Análise do custo de produção	1	E
G	Análise final do preço	2	B, D, F
H	Teste de mercado	8	G

- Desenhe a rede para este projecto.
- Calcule a folga para cada actividade e interprete-a.
- Determine o caminho crítico e interprete o seu significado.

28. Para o problema anterior, considere as seguintes estimativas de tempo:

Actividade	Tempo		
	Optimista	Mais Provável	Pessimista
A	1	3	4
B	1	1	2
C	4	5	9
D	1	1	1
E	4	6	12
F	1	1	2
G	1	2	3
H	6	8	10

- Desenhe a nova rede.
- Compare as folgas com as do problema anterior.
- O caminho crítico mudou?
- Determine as seguintes probabilidades:
 - De o projecto estar concluído em 22 semanas ou menos.
 - De o projecto estar concluído na data de acabamento mais cedo.
 - De o projecto demorar mais de 30 semanas a concluir.

29. Suponha que a TRION está no processo de desenvolvimento do seu próximo filme. As várias actividades (tempo em semanas) envolvidas na filmagem do filme são apresentadas na tabela seguinte.

Actividade	Descrição	Estimativa Tempo	Predecessora Imediata
1	Escrita do papel do filme	12	-
2	Desenvolvimento do orçamento	2	-
3	Desenho dos efeitos especiais	16	1
4	Audição e selecção dos actores	4	2
5	Seleccção da agência de promoção	2	2
6	Filmagem das cenas interiores	4	1, 4
7	Filmagem das cenas exteriores	2	6
8	Filmagem dos efeitos especiais	4	3, 6

9	Edição do filme	6	6, 7, 8
10	Seleção dos teatros	2	5, 9
11	Antevisão do filme	2	9
12	Análise da audiência	2	11
13	Afinar o filme	3	12
14	Distribuir o filme	2	13

- Como é que lhe parece a calendarização do filme?
- Existem actividades artificiais no projecto? Se sim, explique porque são precisas?
- Qual o tempo mais cedo de começo e de acabamento de cada actividade?
- Qual o tempo mais tarde de começo e de acabamento de cada actividade?
- Qual a folga associada com cada actividade?
- Quais são as actividades críticas e qual é a duração do caminho crítico?

30. A cadeia de desconto DOMI está a desenhar um programa de treino para os trabalhadores. A empresa precisa de desenhar o programa de modo a que os trabalhadores o possam completar o mais rapidamente possível.

Existe relações importantes que devem ser mantidas entre as actividades do programa. Por exemplo, um formando não pode ser assistente de loja até que não tenha experiência como assistente num departamento de vendas. As actividades da seguinte tabela são as atribuições que devem ser realizadas por cada formando no programa:

Actividade	Predecessora Imediata
A	-
B	-
C	A
D	A, B
E	A, B
F	C
G	D, F
H	E, G

31. Construa uma rede PERT/CPM de um projecto com as seguintes actividades:

Actividade	Predecessora Imediata	Tempo (meses)
A	-	4
B	-	6
C	A	2
D	A	6
E	C, B	3
F	C, B	3
G	D, E	5

- Construa a rede PERT/CPM, sabendo que este projecto está concluído quando ambas as actividades F e G estiverem completas.
- Encontre o caminho crítico para o projecto.

- Este projecto deve estar completo dentro de 1 ½ ano. Pensar ser difícil à gestão alcançar esta meta? Explique.

32. Uma dada cidade está a promover as festas da cidade. Pretende apresentar 3 noites com concertos de jazz. Está a pensar em contratar vários músicos famosos. Consciente de que nada pode falhar decide usar o PERT para analisar a organização dos concertos.

As actividades associadas à estimativa dos tempos são apresentadas na tabela seguinte:

Actividade	Descrição	Tempo			Predecessora Imediata
		Optimista	Mais Provável	Pessimista	
1	Seleção dos músicos	2	5	9	-
2	Contactar agentes dos músicos	7	10	21	1
3	Arranjar alojamento	7	10	14	2
4	Promoção do concerto	5	7	10	2
5	Impressão do material	5	7	10	2
6	Venda de bilhetes	21	28	35	2, 5
7	Confirmação dos artistas	5	7	14	2, 3
8	Contratação de seguranças	7	14	28	3
9	Ensaios	2	2	2	8
10	Concerto ao vivo	3	3	3	4, 6, 9

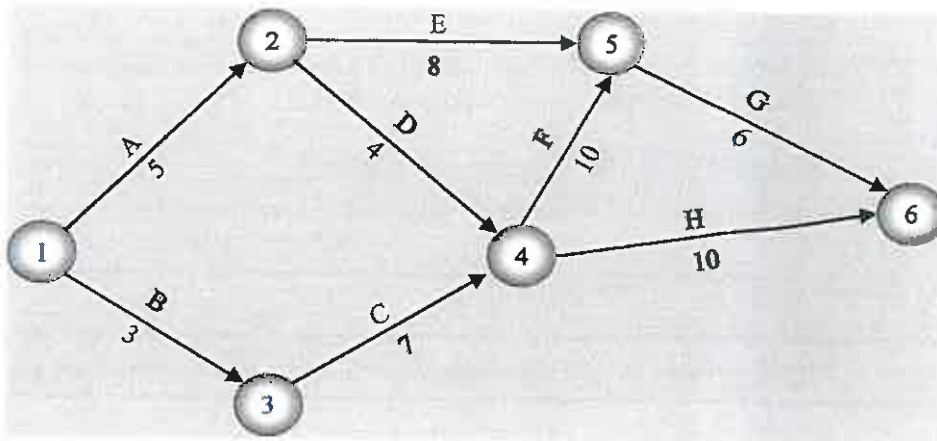
- O que lhe parece o arranjo do concerto?
- Qual a duração esperada do projecto do concerto?
- Quais são os elementos do caminho crítico?
- Que duração do projecto corresponde a 90, 95 e 99%, respectivamente, de probabilidade de realização do projecto?
- Qual é a data apropriada em que o projecto deve começar para que o promotor tenha uma garantia de 75% de que o concerto esteja em exibição de 1 a 3 de Setembro.

33. A MDS é uma empresa de consultoria especializada no desenvolvimento de sistemas de decisão. Esta empresa acabou de ganhar um contrato para desenvolver um sistema de computador numa empresa de grande dimensão. O responsável pelo projecto desenvolveu a seguinte lista de actividades:

Actividade	Predecessora Imediata
A	-
B	-
C	-
D	B
E	A
F	B
G	C, D
H	B, E
I	F, G
J	H

Desenhe a rede PERT.

34. Considere a seguinte rede de um projecto (os tempos apresentados representam semanas):



- Identifique o caminho crítico.
- Quanto tempo demora a completar o projecto?
- Pode a actividade D ser demorada sem afectar o tempo total de realização do projecto? Se sim de quantos dias?
- Pode a actividade C ser demorada sem afectar a duração total do projecto? Se sim de quantos dias?
- Qual a calendarização da actividade E (isto é, o tempo de começo e o tempo de acabamento)?

35. As seguintes estimativas (em dias) estão disponíveis para um pequeno projecto:

Actividade	Tempo		
	Optimista	Mais Provável	Pessimista
A	4	5	6
B	8	9	10
C	7	7.5	11
D	7	9	10
E	6	7	9
F	5	6	7

- Calcule o tempo esperado e a variância para cada actividade.
- A gestão determinou que o caminho crítico consiste das actividades B-D-F. Calcule o tempo esperado de acabamento do projecto e a respectiva variância.

36. O António é o responsável pelo planeamento e controlo do programa de treino para gestores da sua empresa. O António listou a informação seguinte sobre as actividades para o seu projecto:

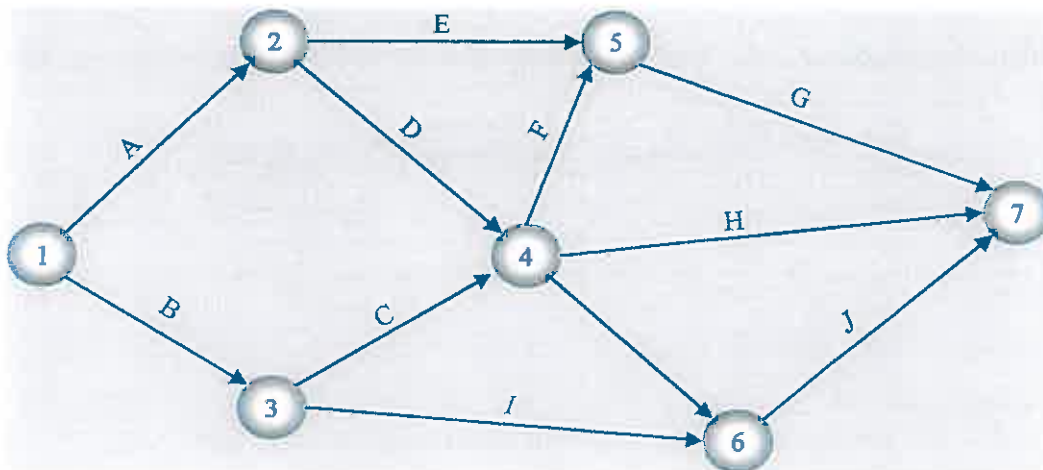
Actividade	Descrição	Predecessora Imediata	Tempo (meses)		
			Optimista	Mais Provável	Pessimista
A	Tópico do Plano	-	1.5	2	2.5
B	Obtenção de Oradores	A	2	2.5	6
C	Listagens de Locais de Reunião	-	1	2	3

D	Escolha da Localização	C	1.5	2	2.5
E	Plano de Viagem do Orador	B, D	0.5	1	1.5
F	Confirmação Final com os Oradores	E	1	2	3
G	Preparar e Enviar Brochura	B, D	3	3.5	7
H	Fazer as Reservas	G	3	4	5
I	Detalhes de "Último minuto"	F, H	1.5	2	2.5

- Construa a rede PERT/CPM para este projecto.
- Quais são as actividades críticas e qual o tempo esperado de acabamento do projecto?
- Prepare a calendarização das actividades.
- Se o António quiser ter uma probabilidade de 99% de completar o projecto a horas, quanto tempo antes da data da reunião deve começar a trabalhar no projecto?

37. O grupo de desenvolvimento de produtos da RAP tem estado a trabalhar na concepção de um novo produto com potencialidade de capturar uma larga quota de mercado. De fontes exteriores a RAP soube que, um concorrente está a trabalhar num produto similar. Como resultado, a gestão da RAP tem vindo a fazer pressão com o grupo de desenvolvimento do produto. O líder do projecto recorreu ao PERT/CPM como um auxiliar para determinar a calendarização das actividades antes que um novo produto possa ser lançado no mercado.

A rede PERT/CPM desenvolvida é a seguinte:



A estimativa dos tempos em semanas é a seguinte:

Actividade	Tempo		
	Optimista	Mais Provável	Pessimista
A	3	4	5
B	3	3.5	7
C	4	5	6
D	2	3	4
E	6	10	14
F	7.5	8.5	12.5
G	4.5	6	7.5

H	5	6	13
I	2	2.5	6
J	4	5	6

- Desenvolva a calendarização das actividades para este projecto e determine as actividades críticas.
- Qual a probabilidade de o projecto estar concluído de modo a que a RAP introduza o produto no mercado dentro de 25 semanas? E dentro de 30 semanas?

38. Um dado politécnico está a instalar um novo sistema de gestão (financeira, administrativa e contabilística). Serão instalados terminais nos diversos departamentos. As várias actividades necessárias para a implantação deste projecto são apresentadas na tabela seguinte:

Actividade	Descrição	Estimativa Tempo	Predecessora Imediata
1	Construção da sala para o computador	21	-
2	Fios da sala do computador	10	1
3	Fios de ligação dos terminais	4	2
4	Instalação do ar condicionado	3	2
5	Encomenda e espera do computador	21	-
6	Instalação de sistema de exaustão	5	4
7	Instalação do computador	3	5, 6

- O que lhe parece o projecto de instalação do computador?
- Existem variáveis artificiais no projecto? Se sim, explique porque são necessárias?
- Qual o tempo mais cedo de começo e de acabamento para cada actividade?
- Qual o tempo mais tarde de começo e de acabamento para cada actividade?
- Qual a folga associada com cada actividade?
- Quais são as actividades críticas e qual é a duração do caminho crítico?

39. O tempo esperado de acabamento e o desvio padrão do caminho crítico, de dado projecto, é de 65.43 dias e 18.76, respectivamente. Determine as hipóteses de acabar o projecto em:

- Menos do que 50 dias.
- Menos de 75 dias.
- Em mais de 80 dias.

40. Para o exercício anterior, determine o número de dias mais provável para a realização do projecto que corresponde às seguintes probabilidades:

- A probabilidade de acabar o projecto dentro desse limite de tempo é de 67%.
- A probabilidade de acabar o projecto dentro desse limite de tempo é de 95%.
- A probabilidade de o projecto exceder esse limite de tempo é de 67%.
- A probabilidade de acabar o projecto dentro desse limite de tempo é de 100%.

41. Um projecto é constituído pelas seguintes actividades:

Actividade	Antecedente	Duração (semanas)
A	-	4
B	-	3.5
C	-	5
D	A	3
E	C	10
F	B	8.5
G	B	6
H	D, F	6
I	G, E	2.5

- Desenhe a rede PERT/CPM para este projecto.
- Numere a rede e, para cada actividade, calcule as datas de início e de fim (mais cedo e mais tarde).
- Supondo que este projecto se inicia de hoje a dois meses quando é que terminará? (Recorra a um gráfico GANTT e considere a semana de 40 horas).
- Qual a probabilidade de o projecto estar pronto num total de dias igual à duração do caminho crítico mais dois dias?

42. A empresa TESCA produz estantes metálicas para uso comercial e está a pensar em entrar no mercado caseiro. As actividades necessárias para construir um modelo de estante experimental e os dados relacionados são apresentados na tabela seguinte (tempo em semanas e valores em euros).

Actividade	Tempo		Custo		Predecessora Imediata
	Normal	Partição	Normal	Partição	
A	3	2	1000	1600	-
B	2	1	2000	2700	-
C	1	0	300	600	-
D	7	3	1300	1600	A
E	6	3	850	1000	B
F	2	1	4000	5000	C
G	4	2	1500	2000	D, E

- Qual a data prevista de conclusão do projecto?
- Formule um modelo de programação linear para encurtar a duração deste projecto para 10 semanas gastando a menor quantia adicional possível.
- Se a gestão da empresa TESCA €5000 para acelerar o fabrico da estante, qual será, neste caso, o tempo estimado de conclusão do projecto.

43. O projecto do problema anterior, desenvolveu-se nas várias semanas e está agora na semana 8. O gerente da empresa gostaria de saber o valor do trabalho realizado, o valor dos custos incorridos em excesso ou por defeito e se o projecto está adiantado ou atrasado. Os custos revistos são apresentados na tabela seguinte:

	% de	Custo
--	------	-------

Actividade	Acabamento	Actual
A	100	950
B	100	2100
C	100	290
D	100	1350
E	50	500
F	60	2500
G	10	150

44. A descrição de um projecto fornece as estimativas sobre os seus tempos e os seus custos. Duas estimativas são fornecidas para cada actividade, quer para o tempo quer para o custo:

Actividade	(i,j)	Tempo		Custo		Predecessora Imediata
		Normal	Partição	Normal	Partição	
A	(1, 2)	20	8	100	148	-
B	(1, 4)	24	20	120	140	-
C	(1, 3)	12	7	70	119	-
D	(2, 4)	10	6	50	82	A
E	(3, 4)	11	5	55	73	C

- Determine o custo de partição por semana para cada actividade.
- Determine a solução que conduz ao custo mínimo de partição do projecto.
- Qual a poupança nos custos de partição da solução encontrada anteriormente em comparação com a solução de partição de todas as actividades do projecto?
- Identifique os caminho(s) crítico(s) para a solução de partição.
- Ilustre com uma tabela e com um gráfico as trocas possíveis sobre os tempos.

45. A tabela seguinte apresenta valores associados com um projecto (tempos em dias e custos em euros):

Actividade	(i,j)	Tempo		Custo		Predecessora Imediato
		Normal	Partição	Normal	Partição	
A	(1, 2)	16	8	200	440	-
B	(1, 3)	14	9	100	180	-
C	(2, 4)	8	6	50	70	A
D	(2, 5)	5	4	60	130	A
E	(3, 5)	4	2	150	300	B
F	(3, 6)	6	4	80	160	B
G	(4, 6)	10	7	300	450	C
H	(5, 6)	15	10	500	800	D, E

- Determine o custo de partição, por dia, para cada actividade.
- Determine a solução de partição que conduz ao custo mínimo.
- Qual a poupança da solução encontrada anteriormente em comparação com a solução de partir todas as actividades do projecto.
- Identifique os caminho(s) crítico(s) para a solução de partição.
- Ilustre com uma tabela e com um gráfico as trocas possíveis sobre os tempos.

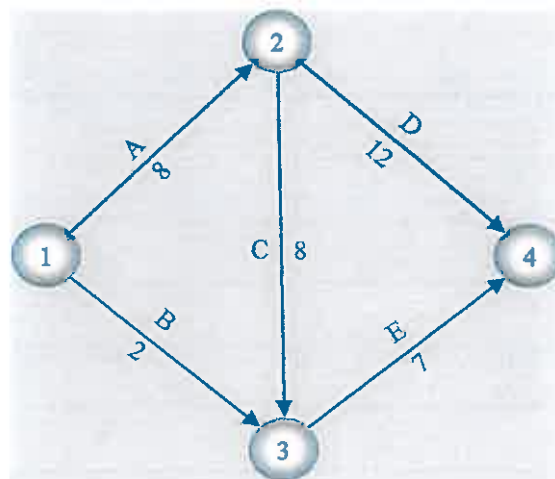
46. Uma dada empresa determinou os tempos e os custos de partição, para o seu projecto de construção, em desenvolvimento. Ela acredita ser de fundamental

importância acelerar algumas das actividades para conseguir concluir o projecto antes do fim do ano.

Actividade	Tempo		Custo de Partição (Contos/Semana)	Predecessora Imediata
	Normal	Partição		
1	3	2	200000	-
2	1	1	-	1
3	4	3	75000	1
4	7	5	100000	2
5	6	3	40000	4
6	5	3	85000	4
7	3	2	100000	4
8	5	2	45000	2
9	0.5	0.5	-	3, 5
10	2	1	30000	7
11	2	1	25000	6, 9, 10
12	3	2	75000	11
13	4	2	155000	7, 8
14	4	3	25000	13

- Qual a duração mínima para a conclusão do projecto?
- Qual o custo total associado com esta duração mínima?
- Desenhe a relação custo-tempo.
- Identifique o(s) caminho(s) crítico(s) para cada passo no procedimento de partição.

47. Para o projecto apresentado na rede seguinte, determine:



- Tempo estimado de conclusão do projecto?
- Tempo de começo e acabamento mais cedo de cada actividade.
- Tempo de começo e acabamento mais tarde de cada actividade.
- A folga associada com cada actividade.
- O caminho crítico.

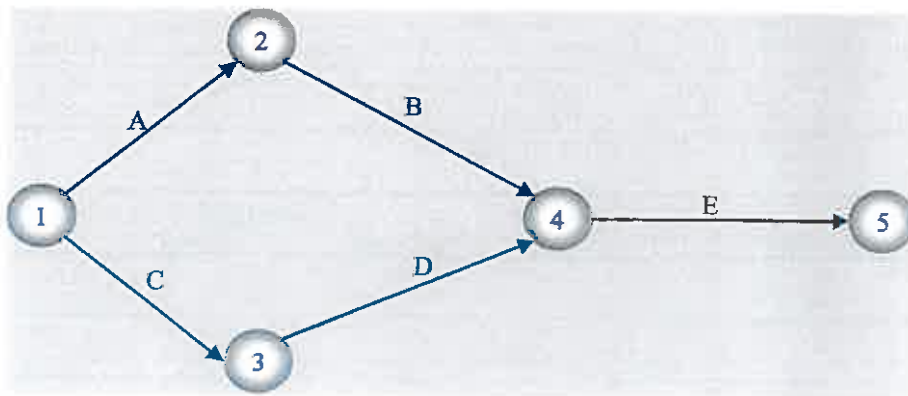
48. Assuma que o projecto apresentado no exercício anterior tem um custo fixo diário

de 3000 euros em condições normais. Depois de alguma ponderação, o gestor do projecto estima que cada uma das actividades pode ser acelerada incorrendo, como é lógico, num custo adicional. Os dados inerentes são apresentados na tabela seguinte:

Actividade	Custo de partição / dia	Tempo de Partição
A	1500	3
B	2000	6
C	1400	10
D	800	8
E	2500	2

- Estabeleça a relação custo/tempo para este projecto. Comente as suas descobertas.

49. O projecto de manutenção de um conjunto de máquinas é apresentado a seguir:



A calendarização recomendada da partição é apresentada na tabela seguinte:

Actividade	Tempo Esperado (dias)	Custo (euros)
A	5	700
B	3	200
C	6	500
D	2	350
E	2	300

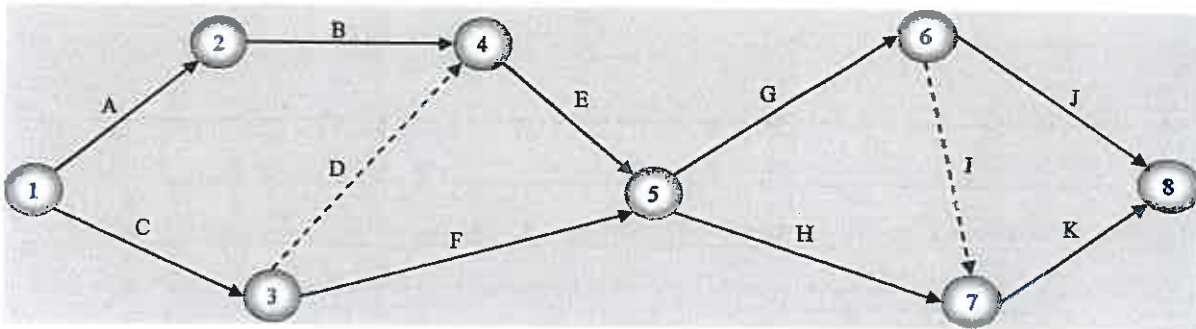
- Desenhe o gráfico da região viável dos orçamentos para o custo total deste projecto. Parece-lhe representar uma região viável normal ou anormal? Explique.
- Suponha que no começo da semana 8, existia o seguinte relatório de "ponto de situação" das actividades:

Actividade	Custo Actual (euros)	% de Realização
A	800	100
B	100	67
C	450	100

D	250	50
E	0	0

- Em termos de custos e tempos, o projecto está “em dia”? Que acção é recomendável?

50. Uma empresa está a automatizar o sistema de gestão de stocks do seu armazém. Actividades específicas incluem o re-desenho do armazém, instalação de novo equipamento, teste do novo equipamento, etc. A rede de gestão do projecto é mostrada a seguir:



Os custos e datas pertinentes são os seguintes:

Actividade	Tempo Esperado (Semanas)	Variância	Custo Orçamentado (Euros)
A	3	0.3	6000
B	2	0.5	4000
C	8	2.0	16000
D	0	0.0	0
E	6	1.0	18000
F	4	0.2	20000
G	5	0.4	15000
H	1	0.1	2000
I	0	0.0	0
J	5	1.0	5000
K	6	0.6	12000

- Determine a calendarização do projecto:
 - Qual o caminho crítico?
 - Qual a data esperada de conclusão do projecto?
 - Qual a probabilidade de acabar o projecto em 6 meses (26 semanas)?
- Desenvolva um orçamento PERT/Custo para os custos totais do projecto durante a sua duração. Quais serão os intervalos das despesas depois de 12 semanas do projecto?

51. O senhor Carlos tem a responsabilidade de gerir um programa de treino e desenvolvimento. Ele conhece o tempo de começo mais cedo (CC), o tempo de começo mais tarde (CT), a duração estimada de cada actividade e o custo total de cada actividade (em euros). Esta informação é apresentada na tabela seguinte:

Actividade	CC	CT	t	Custo Total
A	0	0	6	10
B	1	4	2	14
C	3	3	7	5
D	4	9	3	6
E	6	6	10	14
F	14	15	11	13
G	12	18	2	4
H	14	14	11	6
I	18	21	6	18
J	18	19	4	12
K	22	22	14	10
L	22	23	8	16
M	18	24	6	18

- Usando os tempos de começo mais cedo (CC), determine o orçamento mensal para o senhor Carlos.
- Usando os tempos de começo mais tarde (CT), determine o orçamento mensal para o senhor Carlos.



Empresa Vapor

A empresa VAPOR está a pensar desenvolver um novo modelo de aspirador, altamente sofisticado. A empresa pensa que existe um mercado atractivo se o conseguir produzir a um baixo custo.

A gestão da VAPOR gostaria de iniciar um projecto para estudar a viabilidade da ideia de produzir o novo aspirador. O resultado deste estudo servirá para a elaboração de um relatório recomendando a acção a tomar sobre este novo produto.



- Quanto tempo demora este estudo de viabilidade?

As tabelas seguintes apresentam todas as actividades relacionadas com este projecto, bem como as respectivas estimativas de tempo:

Actividade	Descrição	Predecessoras Imediatas
A	Investigação e Desenvolvimento	--
B	Investigação do Plano de Mercado	--
C	Rotatividade (Engenharia de Produção)	A
D	Construção do Protótipo	A
E	Preparação da Brochura de Mercado	A
F	Estimação de Custos (Engenharia)	C

G	Teste Preliminar do Produto	D
H	Estudo de Mercado	B, E
I	Relatório de Preço e Previsões	H
J	Relatório Final	F, G, I

Actividade	Estimativa de Tempos – Actividades		
	Optimista (a)	Mais Provável (m)	Pessimista (b)
A	4.0	5.0	12.0
B	1.0	1.5	5.0
C	2.0	3.0	4.0
D	3.0	4.0	11.0
E	2.0	3.0	4.0
F	1.5	2.0	2.5
G	1.5	3.0	4.5
H	2.5	3.5	7.5
I	1.5	2.0	2.5
J	1.0	2.0	3.0

- Suponha que os custos associados com as actividades são os seguintes:

Actividade	Custo Esperado (milhares de euros)
A	90
B	16
C	3
D	100
E	6
F	2
G	60
H	20
I	4
J	2

Desenvolva um orçamento total baseado no tempo de começo mais cedo e mais tarde de cada actividade.

- Prepare uma análise PERT/Custo para cada um dos pontos no tempo. Para cada caso mostre a percentagem por excesso ou por defeito dos custos gastos até ao momento e diga que acção deve ser tomada.

(Nota: Se uma actividade não constar da tabela, assuma que ainda não começou).

Actividade	Custo Actual (milhares de euros)	% realizada
Fim da semana 5		
A	62	80
B	6	50
Fim da semana 8		
A	85	100
B	16	100

C	1	33
D	100	80
E	4	100
H	10	25
Fim da semana 15		
A	85	100
B	16	100
C	3	100
D	105	100
E	4	100
F	3	100
G	55	100
H	25	100
I	4	100



Empresa Bonecos

A empresa BONECOS tem vindo, nas duas últimas décadas, a produzir e comercializar brinquedos. O seu presidente, o senhor Durindo, está a considerar o desenvolvimento de uma nova linha de produção que lhe permita produzir brinquedos de alta qualidade. O senhor Durindo estima que estão envolvidas cinco fases e várias actividades em cada fase.



A **Fase 1** do processo de desenvolvimento envolve a realização de quatro actividades. Estas actividades não têm predecessoras imediatas. A actividade A tem um tempo optimista de duração de 2 semanas, um tempo mais provável de 3 semanas e um tempo pessimista de 4 semanas; para a actividade B foram estimados os seguintes tempos: 5, 6 e 8, respectivamente; similarmente para a actividade C foram estimados os tempos seguintes: 1, 1 e 2 semanas, respectivamente; para a actividade D foram estimados os seguintes tempos: 8, 9 e 12 semanas.

A **Fase 2** envolve seis actividades separadas. A actividade E tem a actividade A como predecessora imediata e estimam-se os seguintes tempos de realização: 1, 1 e 4 semanas, respectivamente. A actividade F e a actividade G têm ambas como predecessora imediata a actividade B. Para a actividade F estimam-se os seguintes tempos: 3, 3 e 4 semanas. Para a actividade G os tempos estimados são, respectivamente, 1, 1 e 2 semanas. A única predecessora da actividade H é a actividade C. Os tempos estimados para a actividade H são de 5, 5 e 6 semanas. A actividade D deve ser concluída antes que as actividades I e J possam começar. A actividade I tem os seguintes tempos de realização estimados: 9, 10 e 11 semanas. Para a actividade J estimaram-se os seguintes

tempos: 1, 2 e 2 semanas.

A Fase 3 é a mais difícil e complexa do desenvolvimento de todo o projecto. Consiste de seis actividades. A actividade K tem as estimativas de 2, 2 e 3 semanas, respectivamente. A sua predecessora imediata é a actividade E. A predecessora imediata da actividade L é a actividade F. As estimativas para a actividade L são de 3, 4 e 6 semanas. A actividade M tem 2, 2 e 4 semanas de estimativa. A sua predecessora imediata é a actividade G. As actividades N e O ambas têm como predecessora imediata a actividade I. Para a actividade M estimam-se os seguintes tempos: 8, 9 e 11 semanas, respectivamente. A actividade N tem 1, 1 e 3 semanas. A actividade O tem 1, 1 e 3 semanas de estimativas dos respectivos tempos. Finalmente, a actividade P tem estimativas de 4, 4 e 8 semanas. A actividade J é a sua predecessora imediata.

A Fase 4 envolve 5 actividades. A actividade Q requer que a actividade K esteja concluída antes que possa começar. As estimativas dos tempos para a actividade Q são de 6, 6 e 7 semanas. A actividade R requer que ambas as actividades L e M estejam concluídas em primeiro lugar. As estimativas dos três tempos para a actividade R são de 1, 2 e 4 semanas. A actividade S requer que a actividade N esteja concluída antes que possa começar. As suas estimativas de tempo são de 6, 6 e 7 semanas. A actividade T requer que a actividade O esteja concluída antes de poder começar. As três estimativas de tempo para a actividade T são 3, 3 e 4 semanas. A actividade final da fase 4 é a actividade U com estimativas de 1, 2 e 3 semanas. A actividade P deve estar concluída antes da actividade U poder começar.

A Fase 5 é a fase final do desenvolvimento do projecto. Consiste apenas de duas actividades. A actividade V que requer a conclusão das actividades Q e R antes que possa começar. As estimativas de tempo para esta actividade são de 9, 10 e 11 semanas. A actividade W é a actividade final do processo e requer que três actividades estejam concluídas antes de poder começar: S, T e U. As estimativas de tempo para esta actividade são os seguintes: 2, 4 e 5 semanas.

- Dada esta informação, determine o tempo esperado de conclusão de todo o processo. Determine as actividades do caminho crítico. O senhor Durindo espera que o projecto esteja concluído em menos do que 40 semanas. É provável que isto ocorra?
- O senhor Durindo detectou que a actividade D já está concluída pelo que não é preciso tempo adicional. Qual o impacto desta mudança no caminho crítico?
- Qual o impacto no caminho crítico e na conclusão total do projecto se ambas as actividades D e I já estiverem concluídas?
- O que acontecerá se a predecessora imediata de uma actividade mudar? Por exemplo, a actividade F passa a ter como predecessora imediata a actividade A em vez da B.

