

METODOLOGIA VALUE-AT-RISK: ANÁLISE DE PERFORMANCE EM MERCADOS BOLSISTAS

VALUE-AT-RISK METHODOLOGY: PERFORMANCE ANALYSIS IN INTERNATIONAL STOCK MARKETS

METODOLOGIA DEL VALOR EN RIESGO: EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO EN MERCADOS BURSATILES

Vítor Manuel de Sousa Gabriel (vigab@ipg.pt)*

RESUMO

Neste estudo é analisada a performance de diversas alternativas de modelação do risco de mercado, designadamente a simulação histórica, a média móvel exponencial ponderada, a abordagem gaussiana, a distribuição t-Student, a aproximação de Cornish-Fisher e a teoria dos valores extremos, considerando três níveis de confiança, e recorrendo às estimativas de volatilidade produzidas por modelos de heterocedasticidade condicionada, num ambiente de elevada volatilidade e turbulência, como é o definido pelas crises Dot-Com e Financeira Global. Para tal, foram selecionados doze índices bolsistas, correspondentes a mercados em diversos estádios de desenvolvimento e em diversas geografias, e foram aplicados os testes de validação de cobertura incondicional, de independência e de cobertura condicional, de acordo com a proposta sugerida por Christoffersen (2003). Os modelos Riskmetrics e simulação histórica reportaram previsões menos precisas, revelando pouca flexibilidade nas mudanças de volatilidade e na incorporação de rendibilidades extremas. Os modelos baseados no pressuposto t-Student e na teoria dos valores extremos evidenciaram-se como medidas de risco adequadas, independentemente do nível de confiança considerado, apresentando-se, portanto, como alternativas válidas na gestão do risco, numa perspetiva internacional.

Palavras-chave: *gestão do risco, valor em risco, backtesting, crise dot-com, crise financeira global.*

ABSTRACT

This study compares the performance of several alternatives for modeling market risk, namely historical simulation, exponential weighted moving average, the Gaussian approach, Student-t distribution, the Cornish-Fisher approach and extreme value theory, considering three levels of confidence and the volatility estimates produced by conditional heteroscedasticity models, in a highly volatile and turbulent environment, such as that of the dotcom bubble burst and the Global Financial Crisis. To this end, twelve stock market indices were selected, corresponding to markets in various stages of development and in different locations, applying tests of unconditional coverage, independence and conditional coverage, in keeping with the Christoffersen (2003) approach. The RiskMetrics and historical simulation models produced less accurate predictions, revealing little flexibility in the face of volatility and to accommodate extreme returns. The t-Student assumption and extreme value theory were shown to be appropriate and valid alternatives for measuring risk regardless of the given confidence level, in the context of international risk management.

Keywords: *Risk management, Value-at-Risk, Backtesting, Dotcom Bubble, Global Financial Crisis.*

RESUMEN

Este estudio analiza el desempeño de varias alternativas de modulación del riesgo de mercado, a saber, la simulación histórica, la media móvil exponencial ponderada, el enfoque de Gauss, la distribución t-Student, el enfoque de Cornish-Fisher y la teoría de los valores extremos, teniendo en cuenta tres niveles de confianza, y el uso de las estimaciones de volatilidad producidas por modelos GARCH, en un entorno altamente volátil, como el definido por la burbuja puntocom y la crisis financiera global. Con este fin, se seleccionaron doce índices bursátiles, correspondientes a mercados en diversas etapas de desarrollo y en diferentes ubicaciones geográficas, y se aplicaron las pruebas de validación de cobertura incondicional, de independencia y de cobertura condicional, de acuerdo con la propuesta sugerida por Christoffersen (2003). Los modelos RiskMetrics y simulación histórica han producido predicciones menos precisas, mostrando poca flexibilidad en los cambios de volatilidad y en la incorporación de variaciones extremas. Los modelos basados en la premisa de t-de Student y en la teoría de los valores extremos han sido los más precisos, independientemente del nivel de confianza considerado, por lo que estas metodologías parecen ser alternativas válidas en la gestión del riesgo internacional.

Palabras clave: Gestión del riesgo, valor en riesgo, desempeño, crisis puntocom, crisis financiera global.

* UDI – Unidade de Investigação para o Desenvolvimento do Interior, Instituto Politécnico da Guarda

Submitted: 20th March 2016

Accepted: 12th July 2016

INTRODUÇÃO

A proposta de Markowitz, de usar a variância das rendibilidades dos ativos financeiros como medida de risco, manteve uma abrangência universal até finais da década de 1980. Com a emergência do crash de 1987, gerou-se a percepção de que a proposta de Markowitz era mais uma medida de incerteza do que de risco, sentindo-se, pois, a necessidade da medida de risco ser expressa em termos de perdas potenciais.

O primeiro grande passo na gestão moderna do risco foi dado em finais da década de 1980, quando Till Guldmann desenvolveu o conceito de Value-at-Risk (VaR). A metodologia VaR seria anunciada em 1993, e em 1994 a metodologia Riskmetrics. No início de 1996, o Comité de Basileia estabeleceu a utilização do VaR como uma medida de risco de mercado e autorizou os bancos a utilizarem modelos internos para a sua estimativa. De acordo com Jorion (2007), a metodologia VaR revolucionou a gestão do risco, constituindo uma espécie de benchmark na análise e gestão do risco de mercado das instituições financeiras, e fornecendo uma estimativa da perda potencial máxima em que estas incorrem, em função da exposição total nas posições assumidas. Embora a aplicação inicial da metodologia VaR se tenha circunscrito ao risco de mercado, viria a ser utilizada noutras categorias, como o risco de crédito, o risco operacional e o risco de liquidez, revelando, assim, a sua grande versatilidade. Segundo Christoffersen (2003), o maior risco enfrentado por uma carteira de ativos é o da ocorrência súbita de uma queda única de grande dimensão, pelo que os gestores de risco deveriam focar a sua atenção em especial na modelação das caudas da distribuição das rendibilidades. Na última década, os mercados financeiros viveram períodos de elevada turbulência, como a crise das empresas tecnológicas (2001-2002), a crise subprime (2007-2008) e a crise das dívidas soberanas (2009), esta última foi, porventura, a primeira crise financeira verdadeiramente global e a mais grave após a crise de 1929. Independentemente da ocorrência destas situações, os gestores de carteiras pretendem estimar corretamente o risco das suas carteiras de investimento. Revela-se, pois, importante conhecer a performance dos modelos VaR, num contexto de elevada volatilidade e de turbulência como o que os mercados têm vivido nos anos mais recentes, recorrendo a diversas metodologias, desde as tradicionais até às que permitem acomodar as caudas pesadas das distribuições.

Com a presente investigação pretende-se, assim, expandir empiricamente a literatura de finanças existente, recorrendo a um conjunto diversificado de modelos univariados de gestão do risco, desde os modelos clássicos aos que recorrem à Teoria dos Valores Extremos (TVE), de modo a acomodar mais adequadamente situações de elevada turbulência nos mercados, designadamente as vívidas durante as crises Dot-Com e Financeira Global. Por outro lado, e de forma diferente face a outros trabalhos científicos, que tenderam a incluir um conjunto de ativos de um determinado mercado, no presente trabalho considera-se um conjunto de índices representativos de diversas geografias e de diversos níveis de desenvolvimento, em particular índices representativos dos estados europeus sob assistência financeira internacional, recorrendo a diversos níveis de confiança, incluindo níveis de exigência superiores aos definidos pelo Comité de Basileia, com vista a acomodar a ocorrência de perdas raras e extremas, para

se formar uma conclusão sólida acerca da capacidade destes modelos na gestão do risco, num contexto de elevada volatilidade e de turbulência.

Em termos de estrutura, esta investigação prossegue na secção 2 com a revisão de literatura acerca dos modelos VaR e dos processos de validação, na 3 com a apresentação dos dados e da metodologia, na 4 com a análise dos resultados empíricos e na 5 com uma síntese das principais conclusões.

1. REVISÃO DE BIBLIOGRAFIA

1.1 MERCADOS FINANCEIROS E GESTÃO DO RISCO DE MERCADO

À medida que o fenómeno da globalização financeira se foi aprofundando, assistiu-se, em particular a partir da década de 1980, ao aumento da frequência com que episódios de crise financeira ocorreram, o que reforça a tese de Stiglitz (1999) de que a desregulamentação e a liberalização dos mercados não produziriam as consequências esperadas, em consequência de imperfeições de mercado. A livre entrada e saída de recursos financeiros deixou os mercados financeiros mais expostos e vulneráveis a situações de crise.

Em determinados momentos, as situações de turbulência e de stress são transversais à escala mundial, com consequências altamente nefastas para os investidores. A Crise Financeira Global é, porventura, o mais evidente exemplo das consequências decorrentes da grande proximidade entre os mercados. Esta crise apareceu como o resultado da pouca consistência do sistema financeiro internacional, fundado no dólar, na condição de moeda de reserva internacional, e no aprofundamento dos movimentos de globalização financeira, que deixaram as economias vulneráveis a recorrentes crises financeiras, em particular desde o colapso dos acordos de Bretton Woods, em 1971.

A grave crise financeira iniciada em 2007, que ganhou dimensões sistémicas a partir de 2008, com repercussões nos mercados financeiros e nas taxas de crescimento do produto interno e do emprego, foi originada no centro do sistema económico, em concreto no espaço definido pela alta finança. Esta crise revelou-se diferente das ocorridas nos países periféricos, nas décadas de 1980 e 1990. Em primeiro lugar, porque emergiu do centro e não da periferia da economia. Em segundo lugar, porque não apenas evidenciou a instabilidade associada às economias desenvolvidas, sobretudo quando estas contam com sistemas financeiros altamente complexos e interligados, como também evidenciou as profundas falhas estruturais na regulação bancária. Adicionalmente, esta crise evidenciou diversos aspectos da arquitetura financeira internacional, até então ocultos, consubstanciados na construção de uma espécie de pirâmide de riscos, localizada no centro do sistema financeiro, que se viria a transformar em prejuízos astronómicos e em múltiplas situações de falência de grandes empresas financeiras.

O processo de globalização financeira criou as bases de um mercado financeiro global desregulado que, na procura permanente pela maximização do lucro, acabou por disseminar diversas inovações financeiras à escala global. Essas inovações criaram as condições propícias

ao desenvolvimento de situações de crise e de propagação por toda a economia mundial. Em particular na última década e meia, os mercados financeiros experimentaram períodos de elevada turbulência, como a crise das empresas tecnológica e a crise subprime e das dívidas soberanas. Quaisquer que sejam as condições de mercados, os gestores de carteiras pretendem estimar correctamente o risco das suas carteiras de investimento, assegurando que o investidor recebe o montante de risco que decidiu tolerar.

De acordo com Jorion (2000), em consequência dos desenvolvimentos tecnológicos, que permitiram a negociação de ativos 24 horas por dia, e dos novos desenvolvimentos e paradigmas da teoria financeira, entre os quais o modelo Black-Scholes, desenvolvido na década de 1970, os mercados têm observado um aumento de volatilidade, o que obrigou à criação de ferramentas e de estratégias de gestão do risco por parte dos investidores.

Diversos trabalhos permitiram a conclusão de que as distribuições das séries temporais financeiras são leptocúrticas e têm caudas pesadas, isto é, incluem mais observações extremas do que a distribuição normal, fazendo com que a abordagem gaussiana possa não produzir bons resultados (Patev e Kanaryan, 2004; Gençay e Selçuk, 2004). Os resultados destes estudos concluem ainda que as estimativas do VaR (Normal), calculadas para um nível de confiança de 95%, tendem a ser razoavelmente precisas, porém para níveis de confiança mais elevados (99% ou superiores) tendem a subestimar o VaR. Para suprir esta insuficiência, trabalhos recentes adoptaram outras abordagens, designadamente as baseadas na distribuição t-Student e na TVE (Ho *et al.*, 2000; McNeil e Frey, 2000; Gençay *et al.*, 2003).

À semelhança da distribuição Gaussiana, a distribuição t-Student é simétrica. Porém, as suas caudas são mais pesadas do que as da distribuição normal. Por este motivo, tende-se a considerar esta distribuição como mais adequada à estimação do VaR, por se ajustar melhor às caudas da distribuição empírica das rendibilidades dos índices bolsistas. De acordo com Jorion (2007), Tsay (2005) e Esch *et al.* (2005), a distribuição t-Student reúne maior consenso para descrever o comportamento dos activos financeiros. A superioridade desta distribuição tem sido reportada por diversos autores, em diversos estudos empíricos e em diversos contextos (Angelidis *et al.*, 2004; Giot e Laurent, 2003).

A par destas características estatísticas, os activos financeiros evidenciam acentuados movimentos na volatilidade, que tendem para a clusterização, em determinados momentos (Mandelbrot, 2006). Neste contexto de mercado, os modelos de gestão do risco revelam maior dificuldade em captar tais movimentos. Para acomodar adequadamente o fenómeno da clusterização, diversos trabalhos estimaram o VaR recorrendo a modelos de heterocedasticidade condicionada (Wu e Shieh, 2007; Niguez, 2008), inspirados no trabalho de Engle (1982), de modo a acomodar os efeitos de clusters de volatilidade e de assimetria.

Um dos mais recentes métodos de cálculo do VaR baseia-se na TVE. Segundo McNeil e Frey (2000), Velayuodoum *et al.* (2009), Assaf (2009) e Vladimir (2009) a grande vantagem da TVE, em comparação com outras abordagens, é a de precisamente permitir um bom ajustamento às caudas da distribuição das rendibilidades, acomodando a ocorrência de observações extremas.

A abordagem TVE granjeou grande popularidade, principalmente entre académicos, preocupados com o estudo de eventos raros, em diversos campos, como seguros, finanças e gestão do risco. Longin (2000), McNeil e Frey (2000), Reiss e Thomas (2001) e Coles (2001) desenvolveram contributos significativos na implementação da TVE. Desde o trabalho pioneiro de Longin (1996), a aplicabilidade empírica da TVE, na estimativa de riscos extremos, foi utilizada por vários autores, com o intuito de estudar ativos financeiros (ações, obrigações, *hedge funds*, entre outros) e diferentes distribuições de rendibilidades (normal, distribuições a partir da TVE, como a Weibull, a Gama e a Generalizada de Pareto), mas também para estimar o VaR. Neftci (2000) utilizou a TVE para analisar obrigações e taxas de câmbio, Fromont (2005) para estudar o mercado de ações, Fernandez (2003) para estudar as séries de rendibilidades dos mercados de ações do Chile e dos EUA, e Gençay e Selçuk (2004) para analisarem diversos mercados emergentes.

Quando aplicada no âmbito do VaR, a TVE relevado alguma superioridade face a outras abordagens. McNeil e Frey (2000) concluíram que a TVE produz melhores estimativas das perdas esperadas do que o modelo gaussiano. Velayudoum *et al.* (2009) compararam a performance da TVE, do GARCH e da simulação histórica, no âmbito do modelo VaR, concludo pela superioridade da primeira. A idêntica conclusão chegaram Assaf (2009) e Vladimir (2009), ao aplicarem a metodologia TVE a índices de mercados emergentes (Egipto, Marrocos, Jordânia, Turquia e Rússia).

1.2. MODELOS DE GESTÃO DO RISCO DE MERCADO BASEADOS NO VAR

A metodologia VaR tem-se revelado uma referência na gestão do risco, proporcionando uma indicação da perda potencial máxima incorrida pelo investidor, num ativo ou numa carteira de ativos, durante um determinado período de tempo e para um determinado nível de confiança (Best, 1998; Dowd, 2002).

Em termos formais, o VaR pode ser definido do seguinte modo:

$$P[\epsilon L_t > \epsilon VaR_t] = \alpha \quad (1)$$

Onde $(1 - \alpha)$ se refere ao nível de confiança e L à perda, ou seja, ao impacto negativo no valor do ativo ou da carteira de ativos.

No presente estudo são consideradas diversas metodologias para estimar o VaR, designadamente a simulação histórica, a média móvel exponencial ponderada, a aproximação de Cornish-Fisher, a abordagem gaussiana, a abordagem t-Student e a TVE, as quais são apresentadas resumidamente nos pontos seguintes.

1.2.1. Simulação histórica

O VaR, para o nível de confiança, α , é calculado como o quantil da sequência das rendibilidades passadas da carteira, através da expressão 2

$$VaR_{t+1}^{\alpha} = -\text{Quantil}\left(\{R_{PF,t+1-\tau}\}_{\tau=1}^m, 100\alpha\right) \quad (2)$$

Assim, de modo a se obter uma estimativa do VaR, em $t+1$, é considerada a rendibilidade da carteira no dia t e as rendibilidades $m-1$ anteriores. Deste modo, a simulação histórica tem em consideração os quantis, ao longo de uma média móvel.

1.2.2. Método da média móvel exponencial ponderada

A abordagem da média móvel exponencial ponderada baseia-se na metodologia *Riskmetrics*. A variância condicional, h_t , é estimada através da expressão 3

$$h_t = \lambda h_{t-1} + (1 - \lambda)r_{t-1}^2 \quad (3)$$

Em que r define a rendibilidade do ativo e λ o fator de decaimento. Relativamente ao último parâmetro, Jorion (2007) sugere um factor de decaimento de 0,94 para rendibilidades diárias e de 0,97 para rendibilidades mensais.

1.2.3. Abordagem gaussiana

Os modelos VaR tradicionais assumem que as séries de rendibilidades seguem distribuições gaussianas independentes e identicamente distribuídas (IID). Assumindo que as rendibilidades são descritas pela distribuição normal, o VaR da carteira é dado pela expressão 4

$$VaR_{t+1}^{\alpha} = -\sigma_{PF,t+1} * \Phi_{\alpha}^{-1} \quad (4)$$

Onde Φ_{α}^{-1} corresponde ao quantil da distribuição normal estandardizada.

1.2.4. Abordagem T-Student

Assumindo que as rendibilidades são descritas pela distribuição t-Student, o VaR da carteira é dado pela expressão 5

$$VaR_{t+1}^{\alpha} = -\sigma_{PF,t+1} \sqrt{\frac{d-2}{d}} t_{\alpha}^{-1}(d) \quad (5)$$

Em que $t_{\alpha}^{-1}(d)$ é o quantil à esquerda de α , da distribuição t-Student, com d graus de liberdade.

1.2.5. Aproximação de Cornish-Fisher

O VaR, de acordo com a metodologia Cornish-Fisher, para o quantil, α , pode ser calculado através de

$$VaR_{t+1}^{\alpha} = -\sigma_{PF,t+1} \left\{ \Phi_{\alpha}^{-1} + \frac{\zeta_1}{6} \left[(\Phi_{\alpha}^{-1})^2 - 1 \right] + \frac{\zeta_2}{24} \left[(\Phi_{\alpha}^{-1})^3 - 3\Phi_{\alpha}^{-1} \right] - \frac{\zeta_1^2}{36} \left[2(\Phi_{\alpha}^{-1})^3 - 5\Phi_{\alpha}^{-1} \right] \right\} \quad (6)$$

Onde ζ_1 é o coeficiente de assimetria e ζ_2 é o coeficiente de curtose das rendibilidades estandardizadas, Z_t .

1.2.6. Teoria de valores extremos

Considere-se a probabilidade das rendibilidades estandardizadas, z , deduzida do limiar (*threshold*), u , ser inferior a um determinado valor x , tendo em conta que a rendibilidade estandardizada está acima do limiar, u .

$$F_u(x) \equiv \Pr\{z - u \leq x | z > u\}, \text{ onde } x > u \quad (7)$$

No âmbito da TVE, à medida que os valores extremos se afastam do limiar, u , convergem para a distribuição generalizada de Pareto (GPD), $G(x, \xi, \beta)$. Esta distribuição é definida genericamente do seguinte modo:

$$G(x, \xi, \beta) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x / \beta)^{-1/\xi}, & \text{se } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-x / \beta), & \text{se } \xi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Com $\beta > 0$, e

$$\begin{cases} x \geq u, \text{ se } \xi \geq 0 \\ u \leq x \leq u - \beta/\xi, \text{ se } \xi < 0 \end{cases} \quad (9)$$

Em que o coeficiente de assimetria, ξ , é positivo e representa a velocidade de decaimento da cauda, β é o parâmetro *scale* e μ o limiar.

O VaR é obtido a partir da TVE e do modelo de variância escolhido, com base na seguinte expressão 10

$$VaR_{t+1}^P = \sigma_{PF,t+1} u [\alpha / (T_u / T)]^{-\xi} \quad (10)$$

Onde α é o nível de confiança do VaR, T é o tamanho da amostra total e T_u o número de observações acima do limiar, u . Para estimar o VaR, com um nível de confiança α , define-se o ponto de corte u , de modo a considerar uma percentagem de dados, da cauda esquerda, superior a $1-\alpha$.

1.3. AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE DO VAR

A metodologia de avaliação de performance (*Backtesting*) baseia-se na contagem do número de vezes que as perdas efetivas superam as estimativas resultantes da metodologia VaR.

Considerando a série das rendibilidades logarítmicas diárias, R_{PF} , e a série das previsões calculadas pelo VaR, para um determinado nível de confiança (VaR^α) e para $P(R_{PF,t+1} < -VaR_{t+1}^\alpha) = \alpha$, obtém-se uma sucessão binária, também designada por “sequência de hit”, em função do número de ultrapassagens do VaR_{t+1}^α , do seguinte modo:

$$I_t = \begin{cases} 1, \text{ se } R_{PF,t+1} < -VaR_{t+1}^\alpha \\ 0, \text{ se } R_{PF,t+1} \geq -VaR_{t+1}^\alpha \end{cases} \quad (11)$$

A “sequência de hit” apresenta o valor 1, no dia $t+1$, se a perda naquele dia for superior ao valor do VaR previsto, antecipadamente, para esse mesmo dia. Se o VaR não for ultrapassado, então a sequência assume o valor 0.

A partir da “sequência de Hit”, são aplicados os testes de performance do VaR. Entre os principais testes disponíveis, destacam-se o teste de cobertura incondicional, o teste de independência e o teste de cobertura condicional, que serão abordados, sinteticamente, nos próximos pontos.

Teste de cobertura incondicional ou teste de Kupiec

O teste de cobertura incondicional ou teste de Kupiec (1995) envolve a contagem do número de vezes que as estimativas produzidas pelo VaR são superadas. A hipótese nula deste teste estabelece que a verdadeira proporção de exceções, π , é consistente com o quantil de falhas, α , previsto pelo modelo VaR :

$$H_0 : E[I_t] \equiv \pi = \alpha \quad (12)$$

A estatística teste de máxima verosimilhança para esta hipótese é

$$LR_{uc} = -2 \ln \left(\frac{\alpha^{T_1} (1-\alpha)^{T_0}}{\hat{\pi}^{T_1} (1-\hat{\pi})^{T_0}} \right) \sim \chi^2(1) \quad (13)$$

Em que T_1 é o número de falhas ($I_t = 1$), para um determinado número total de dias $T(I_t)$, T_0 é o número de não falhas ($I_t = 0$), e $\hat{\pi}$ (T_1/T) corresponde à proporção de falhas (exceções).

Teste de independência

O teste de independência analisa se as exceções acontecem em *cluster*. Para tal, assume-se que a “sequência de hit” é dependente ao longo do tempo.

A estatística teste LR_{ind} , à independência do número de exceções consecutivas, em t e $t-1$, pode ser apresentada da seguinte forma:

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1-\hat{\pi})^{(T_{00}+T_{10})} \hat{\pi}^{(T_{10}+T_{11})}}{(1-\hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \hat{\pi}_0^{T_{01}} (1-\hat{\pi}_{11})^{T_{10}} \hat{\pi}_{11}^{T_{11}}} \right) \sim \chi^2(1) \quad (14)$$

Em amostras de pequena dimensão, é frequente a nulidade de T_{11} . Nestes casos, a estatística LR_{ind} é calculada através da seguinte expressão:

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{(1-\hat{\pi})^{(T_{00}+T_{10})} \hat{\pi}^{(T_{01}+T_{11})}}{(1-\hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \hat{\pi}_{01}^{T_{01}}} \right) \sim \chi^2(1) \quad (15)$$

Em que $T_{ij}, i, j = 0,1$, é o número de observações com j a suceder a i . A probabilidade de amanhã acontecer uma exceção, tendo em conta que hoje não ocorreu uma exceção, é dada por $\hat{\pi}_{01} = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}}$; enquanto a probabilidade de amanhã acontecer uma exceção condicional,

dado que hoje ocorreu uma exceção é dada por $\hat{\pi}_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}}$; π diz respeito à taxa de falhas.

Teste de cobertura condicional ou teste de Christoffersen

Para analisar as duas propriedades anteriores foi desenvolvido o teste de cobertura condicional, que é dado pela expressão 16

$$LR_{cc} = LR_{ind} + LR_{uc} \sim \chi^2(2) \quad (16)$$

2. DADOS E METODOLOGIA

Para analisar a performance dos modelos de gestão de risco, foi selecionado um conjunto diversificado de índices, representativo dos mercados internacionais, e que inclui índices europeus, não europeus, desenvolvidos e emergentes. Do continente europeu, foram escolhidos os mercados da Alemanha (DAX 30), da França (CAC 40), do Reino Unido (FTSE 100), de Espanha (IBEX 35), da Irlanda (ISEQ Overall), da Grécia (ATG) e de Portugal (PSI 20). Do conjunto de mercados desenvolvidos, não europeus, foram escolhidos os mercados dos EUA (Dow Jones), do Japão (Nikkei 225) e de Hong-Kong (Hang-Seng). Foram ainda selecionados os mercados emergentes do Brasil (Bovespa) e da Índia (Sensex).

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos junto da Econostats e cobrem o período compreendido entre 4 de outubro de 1999 e 30 de junho de 2011.

As séries dos valores de fecho dos índices foram transformadas em séries de rendibilidade logarítmica, $r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$, em que P_t e P_{t-1} representam os valores de fecho, nos dias t e $t - 1$.

Na estimação dos modelos VaR, foram escolhidos os níveis de confiança de 95%, 99% e 99,5%, para evitar que fossem facilmente excedidos. O primeiro nível de confiança seguiu a indicação da metodologia *Riskmetrics*, o segundo teve em consideração a exigência do Comité de Basileia II, enquanto o último nível de confiança foi escolhido para se perceber da consequência de uma condição de estimação mais exigente.

Relativamente aos modelos de simulação histórica e média móvel exponencial, considerou-se em ambos os casos a média móvel de 500 dias, em conformidade com a metodologia seguida por Christoffersen (2003). Quanto ao modelo de média móvel exponencial, considerou-se um fator de decaimento de 0,94, seguindo a sugestão de Jorion (1997), relativa a dados diários. Quanto aos restantes modelos, de modo a capturar os *clusters* de volatilidade e o efeito de assimetria, recorreu-se ao modelo EGARCH (1,1), proposto por Nelson (1991). Segundo Brooks (2002) e Hansen e Lunde (2005), só raramente os modelos de heterocedasticidade condicional de ordem superior descrevem melhor a volatilidade, razão pela qual optámos pelo modelo mais simples para estimar a volatilidade. No caso do VaR com abordagem gaussiana, escolhemos o EGARCH (1,1), com distribuição normal. Nos restantes casos, optámos pela distribuição t-Student, de modo a acomodar mais adequadamente a característica das caudas pesadas, habitualmente presente nas séries financeiras.

Para validar as estimativas proporcionadas pelos modelos VaR, recorremos aos já apresentados testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional.

3. RESULTADOS EMPÍRICOS

Com o objectivo de analisar a capacidade de gestão do risco dos modelos VaR, começamos por estudar as séries temporais dos doze índices bolsistas. Na tabela 1 são apresentadas as principais estatísticas descritivas das taxas de rendibilidade diárias dos doze índices em análise.

Em consequência de diversos eventos de mercado, como a crise das empresas tecnológicas e a atual crise financeira global, que contribuíram para a desvalorização dos índices bolsistas, apenas metade dos índices apresentou rendibilidade média diária positiva.

	Média	Mediana	Máximo	Mínimo	Desv.	Assim.	Curtose	JB (Prob.)	ADF (Prob.)	LM (Prob.)
ATG	-0,00051	-0,00008	0,08813	-0,10214	0,01667	-0,15472	6,97344	0,00000	0,00000	0,00000
BOV	0,0006	0,00118	0,13677	-0,14566	0,01932	-0,22306	7,65149	0,00000	0,00000	0,00000
CAC	-0,00005	0,00033	0,10595	-0,09472	0,01565	0,04215	7,96318	0,00000	0,00000	0,00000
DAX	0,00012	0,00076	0,10797	-0,07433	0,01616	0,06183	7,20764	0,00000	0,00000	0,00000
DJ	0,00006	0,00044	0,10508	-0,08201	0,01262	0,03196	10,65968	0,00000	0,00000	0,00000
FTSE	-0,00001	0,00034	0,09384	-0,09265	0,01303	-0,10526	9,12139	0,00000	0,00000	0,00000
HANG	0,00019	0,00039	0,13407	-0,13583	0,01633	-0,00772	10,84799	0,00000	0,00000	0,00000
IBEX	0,00003	0,00083	0,13484	-0,10834	0,01526	0,04713	9,54413	0,00000	0,00000	0,00000
ISEQ	-0,00017	0,00065	0,09733	-0,13964	0,01498	-0,65216	11,06642	0,00000	0,00000	0,00000
NIKKEI	-0,0002	0,0002	0,09494	-0,12111	0,01546	-0,64482	9,01346	0,00000	0,00000	0,00000
PSI	-0,00011	0,00022	0,10196	-0,10379	0,01168	-0,22395	12,99583	0,00000	0,00000	0,00000
SENSEX	0,00048	0,00118	0,1599	-0,11809	0,01705	-0,20725	9,63249	0,00000	0,00000	0,00000

Tabela 1: Estatísticas descritivas das séries de rendibilidades.

Fonte: elaboração própria.

Todas as séries de rendibilidades evidenciam sinais de desvio face à hipótese de normalidade, já que os coeficientes de assimetria e de curtose são estatisticamente diferentes dos de uma distribuição normal (0 e 3, respetivamente), o mesmo acontece da aplicação do teste Jarque-Bera, que permite rejeitar a hipótese de normalidade para o nível de significância de 1%. Com o objetivo de averiguar das estacionariedade das séries de rendibilidades, foi aplicado o teste ADF, cujos resultados permitem rejeitar a hipótese nula de integração das séries, para o nível de significância de 1%, concluindo-se que estas evidenciam estacionariedade ou são I (0). Por seu lado, os resultados do teste ARCH-LM, aplicado a processos autorregressivos de primeira ordem, confirmam a presença de efeitos ARCH, o que justifica a utilização de modelos de heterocedasticidade condicionada na estimativa da volatilidade dos mercados.

Depois de estimados os diversos modelos VaR, foram aplicados os procedimentos de *backtesting*, de modo a determinar as suas características estatísticas e a sua capacidade para gerir adequadamente o risco de mercado. Em primeiro lugar, foi considerado o teste de Kupiec.

Em segundo lugar, foi aplicado o teste de independência para testar se as exceções são IID. Por último, foi aplicado o teste de cobertura condicional ou teste de Christoffersen.

Na tabela 2 é apresentado o resumo dos resultados dos testes de avaliação à performance dos modelos VaR (cobertura incondicional, independência e cobertura condicional), para os níveis de confiança de 99,5%, 99% e 95%, o nível de significância de 5%, e o horizonte temporal diário, a partir da informação disponível nas tabelas 3 a 14, em apêndice. A análise destas tabelas permite a conclusão de que o teste de cobertura incondicional foi validado em simultâneo nos seis modelos de estimação do VaR, para os índices ATG e SENSEX e o nível de confiança de 95%. Quanto ao teste de independência às exceções, este foi aceite simultaneamente nos índices BOV, CAC, DAX, DJ, FTSE, IBEX e PSI, para o nível de confiança de 99,5%, o mesmo acontecendo para os índices BOV, DJ, IBEX e PSI, para o nível de confiança de 99%. Relativamente ao teste de cobertura condicional, não se verificou nenhuma situação de validação simultânea de todos os métodos de estimação, em qualquer dos níveis de confiança considerados.

Modelo VaR	$\alpha = 0,50\%$			$\alpha = 1\%$			$\alpha = 5\%$		
	LRuc	LRind	LRcc	LRuc	LRind	LRcc	LRuc	LRind	LRcc
RM	0%	83%	0%	0%	75%	8%	75%	83%	75%
SH	33%	67%	42%	17%	42%	8%	83%	0%	0%
TVE	100%	75%	92%	100%	83%	92%	92%	100%	92%
Normal	25%	83%	25%	33%	92%	42%	100%	100%	100%
t-Student	92%	83%	75%	100%	83%	92%	83%	92%	83%
CF	67%	83%	58%	58%	75%	42%	33%	83%	33%

Tabela 2: Resumo dos testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional.

Fonte: elaboração própria.

Nota: Esta tabela resume os resultados dos testes de Backtesting dos diversos índices bolsistas, com base nas tabelas 3 a 14, em apêndice.

Considerando o modelo da média móvel exponencial, verifica-se que a percentagem de falhas (π), para os vários níveis de confiança, é, em praticamente todos os casos, superior à probabilidade da cauda esquerda, α , tal como se pode concluir da análise das tabelas 3 a 14, em apêndice. Apenas num caso tal não se verifica, designadamente na estimação que envolve o índice SENSEX, para o nível de confiança de 95%. Este facto dá uma primeira indicação de que a estimação do VaR, através deste modelo, subestima o risco de mercado. A subestimação pode dever-se ao facto deste modelo não conseguir modelar as caudas pesadas da distribuição das rendibilidades, ou seja, não ter em conta os valores extremos que caracterizaram o comportamento dos mercados bolsistas. O método da média móvel exponencial não se revelou capaz de avaliar o número de exceções (Teste de Kupiec), o mesmo acontecendo com o efeito conjugado das exceções e da sua independência (Teste conjunto de Christoffersen), nos dois níveis de confiança mais elevados, melhorando a sua performance para o nível de confiança de 95%. Apesar disso, este modelo mostrou alguma capacidade para avaliar a independência temporal das exceções das rendibilidades logarítmicas diárias, independentemente do nível de confiança considerado.

Por sua vez, o modelo de simulação histórica apresentou um desempenho idêntico ao da média móvel exponencial, com a percentagem de falhas, para os vários níveis de confiança, a revelar-se, na grande maioria dos casos, superior à probabilidade da cauda esquerda (α). Apenas um caso escapa a esta generalização, designadamente na estimativa do índice SENSEX, para o nível de confiança menos exigente de 95%, sugerindo uma subestimação do risco por parte deste método de estimativa. Ao nível da avaliação do efeito conjunto das exceções e da independência, as limitações deste modelo foram evidentes, com o teste de cobertura condicional a registar uma má performance, de 42%, 8% e 0%, nos níveis de confiança de 99,5%, 99% e 95%, respetivamente. Quanto à independência temporal das exceções, este modelo registou uma performance que ficou aquém dos restantes, em todos os níveis de confiança considerados, mas principalmente para o nível de confiança de 95%, em que se revelou totalmente incapaz. A performance deste modelo piorou com a diminuição do nível de confiança, diferenciando-se dos restantes. Comparativamente com os outros modelos, o modelo de simulação histórica apresentou claramente pior performance no teste de independência, não revelando capacidade para avaliar se as falhas são IID, ou seja, se as exceções tendem para a clusterização, o que o torna incapaz nestas circunstâncias de mercado, em especial no índice ISEQ, cujas estimativas não mostraram significado estatístico para os três níveis de confiança.

O modelo da TVE revelou uma elevada performance, em todos os intervalos de confiança. No teste de cobertura incondicional, este modelo foi aceite em todos os casos, para os dois intervalos de confiança mais exigentes. A performance mais pobre envolveu o teste de independência, para o nível de confiança de 99,5%, embora tenha sido validado em 75% dos casos. Em praticamente todas as restantes situações, o modelo foi validado em percentagens superiores a 90%.

O desempenho do modelo EGARCH-Normal ficou aquém dos resultados de outros modelos, principalmente nos níveis de confiança mais elevados e nos testes de Kupiec e Christoffersen. Estes resultados são consistentes com a maioria dos estudos desenvolvidos sobre os mercados bolsistas, nomeadamente os já citados estudos de Patev e Kanaryan (2004) e Gençay e Selçuk (2004), que apontam para a fraca performance dos modelos alicerçados na assunção de normalidade, para níveis de confiança mais elevados (iguais ou superiores a 99%), melhorando a sua performance quando considerados níveis de confiança menos exigentes. Surpreendentemente, foi validado em todos os índices e nos três testes aplicados, para o intervalo de confiança de 95%, divergindo das conclusões obtidas nos estudos atrás citados, que apenas apresentaram performances razoáveis para este nível de confiança.

O modelo EGARCH-t-Student revelou, na globalidade, uma boa performance, coincidindo com as conclusões obtidas por Giot e Laurent (2003) e por Angelidis *et al.* (2004). Este desempenho não dependeu do nível de confiança, tendo antes sido caracterizado por uma certa estabilidade. O nível de performance mais baixo esteve associado ao teste combinado, para o nível de confiança mais exigente (75%). Nos restantes casos, a percentagem de aceitação do teste foi superior a 80%.

O modelo Cornish-Fisher registou uma performance superior à dos modelos *Riskmetrics* e simulação Histórica, principalmente nos testes Kupiec e Christoffersen. Já no teste à independência das exceções, o seu desempenho foi idêntico ao do modelo *Riskmetrics*, mas foi superior ao de simulação histórica. Porém, de um modo geral, o desempenho deste modelo foi claramente pior do que o registado pelos modelos TVE e t-Student, que foram os únicos a registar em vários mercados percentagens de falhas inferiores aos três níveis de confiança considerados, designadamente nos índices BOV, FTSE e NIKKEI, no caso do primeiro modelo, e no índice ATG, no caso do segundo, como se pode concluir da análise das tabelas 3 a 14, em apêndice.

Os índices BOV, CAC, DJ, HANG, IBEX, NIKKEI e PSI foram estimados convenientemente pelos modelos TVE e t-Student, em todos os níveis de confiança, o mesmo acontecendo com os índices DAX e FTSE, mas apenas para o modelo TVE. Quanto aos índices ATG, ISEQ e SENSEX, nenhum modelo apresentou um bom desempenho, em simultâneo, nos três níveis de confiança.

Para o nível de confiança mais exigente, os modelos TVE e t-Student apresentaram um número de exceções muito inferior ao dos modelos simulação histórica e *Riskmetrics*. O valor mínimo de exceções dos dois primeiros modelos foi de 10 (DJ e PSI) e 12 (HANG), enquanto nos outros dois modelos foi de 18 (BOV) e 21 (DAX). Quanto ao número máximo de exceções, as diferenças também foram evidentes, com 13 (ISEQ e SENSEX) e 22 (SENSEX), nos modelos TVE e t-Student, respetivamente, face às 27 (CAC) e 33 (NIKKEI) exceções, nos modelos simulação histórica e *Riskmetrics*.

Tendo em conta o conjunto dos seis modelos, para os três níveis de confiança, o índice ATG foi o que esteve na origem dos piores resultados de estimação, com 8 e 6 estimativas significativas, nos testes de independência e cobertura condicional, respetivamente. Quanto ao teste de independência, o índice ISEQ apresentou os piores resultados, com 6 estimativas significativas estatisticamente. No lado oposto, o índice HANG deu origem aos melhores resultados de estimação, respeitantes aos testes de cobertura incondicional (14) e cobertura condicional (14), enquanto os índices BOV, DJ e IBEX o fizeram no teste de independência, revelando, em todos os casos, 17 estimativas com significado estatístico.

Os modelos *Riskmetrics* e simulação histórica foram claramente os que reportaram previsões menos precisas, evidenciando pouca flexibilidade nas mudanças de volatilidade e na incorporação de rendibilidades extremas, que caracterizaram os mercados bolsistas, em consequência das duas crises financeiras ocorridas durante o lapso temporal estudado. As dificuldades reveladas por estes dois modelos tiveram especial expressão nos testes de cobertura incondicional e cobertura condicional. No teste de independência, o modelo *Riskmetrics* registou um desempenho que não divergiu dos restantes modelos, ao contrário do modelo de simulação histórica, que não apresentou bom desempenho, em qualquer dos níveis de confiança.

Para os níveis de confiança mais elevados (99% e 99,5%), os modelos TVE e t-Student revelaram-se os mais precisos na captação do risco de mercado, de modo consistente com

as sugestões avançadas por Ho *et al.* (2000), McNeil e Frey (2000), Gençay *et al.* (2003), Velayudoum *et al.* (2009), Assaf (2009) e Vladimir (2009), designadamente acerca da capacidade dos mesmos na acomodação de rendibilidades extremas.

Curiosamente, para o nível de confiança de 99%, estes dois modelos registaram exatamente a mesma performance, sendo validados nos mesmos índices. Para o nível de confiança menos exigente, o modelo EGARCH (1,1), baseado na hipótese de normalidade, foi o que apresentou melhor desempenho, sendo validado em todos os índices e nos três testes. Para o mesmo nível de confiança, os modelos TVE e t-Student também apresentaram performances consistentes, o que faz com que, na globalidade, estes dois modelos possam ser considerados como duas medidas de risco adequadas a momentos de crise e de turbulência como os mercados bolsistas vivem no momento presente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A gestão do risco tem ganho importância nas últimas décadas, em especial devido ao aumento da volatilidade nos mercados financeiros e à ocorrência de eventos de mercado que conduziram a perdas significativas. No âmbito da gestão do risco, a metodologia VaR tem sido uma medida de risco popular entre instituições financeiras, reguladores e investidores. Neste trabalho, foram considerados seis modelos de gestão de risco, recorrendo a três níveis de confiança e a três métodos de avaliação de performance, com o propósito de estudar a sua adequabilidade às condições de mercado, num período de elevada turbulência como foi o compreendido entre a crise Dot-Com e a crise financeira global.

Os resultados dos testes de desempenho evidenciaram as dificuldades de modelação do risco por parte dos modelos baseados na distribuição normal (*Riskmetrics* e simulação histórica), ao apresentarem estimativas pouco precisas, principalmente nos testes de avaliação ao número de exceções e à cobertura condicional, melhorando, contudo, a performance do primeiro modelo para o nível de confiança mais baixo, enquanto no caso do segundo ocorreu exatamente o inverso. Por seu lado, o modelo Cornish-Fisher apresentou melhor performance que os dois modelos anteriores, em especial nos dois níveis de confiança mais elevadas, enquanto o EGARCH-Normal revelou superioridade no nível de confiança de 95%. Finalmente, os modelos TVE e t-Student revelaram, em geral, superioridade face às restantes abordagens, não dependendo a sua performance do nível de confiança. Há, pois, boas razões para acreditar que estes modelos demonstram flexibilidade nas mudanças de volatilidade e na incorporação de rendibilidades extremas, como as que resultaram das duas crises ocorridas durante o lapso temporal estudado. Quanto à capacidade de avaliação dos *clusters* de exceções, de um modo geral, todos os modelos revelaram boa performance, não dependendo esta do nível de confiança, nem da distribuição considerada na estimação.

REFERÊNCIAS

ANGELIDIS, T., BENOS, A. e DEGIANNAKIS, S. (2004). THE USE OF GARCH MODELS IN VAR ESTIMATION. *STATISTICAL METHODOLOGY*, VOL.1, PP. 105-128.

- ASSAF, A. (2009). EXTREME OBSERVATIONS AND RISK ASSESSMENT IN THE EQUITY MARKETS OF MENA REGION: TAIL MEASURES AND VALUE-AT-RISK. INTERNATIONAL REVIEW OF FINANCIAL ANALYSIS, N° 18, pp. 109-116.
- BEST, P. (1998). IMPLEMENTING VALUE AT RISK, JOHN WILEY & SONS.
- Brooks, C. (2002). INTRODUCTORY ECONOMETRICS FOR FINANCE. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.
- CHRISTOFFERSEN, P. (2003). ELEMENTS OF FINANCIAL RISK MANAGEMENT. ACADEMIC PRESS.
- COLES, S. (2001). AN INTRODUCTION TO STATISTICAL MODELING OF EXTREME VALUES, SPRINGER SERIES IN STATISTICS, SPRINGER-VERLAG LONDON LIMITED.
- DOWD, K. (2002). MEASURING MARKET RISK. JOHN WILEY & SONS, CHICHESTER AND NEW YORK.
- ENGLE, R. (1982). AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEREOSKEDASTICITY WITH ESTIMATES OF THE VARIANCE OF UNITED KINGDOM INFLATION. ECONOMETRICA, VOL. 50, PP. 987-1007.
- ESCH, L., KIEFFER, R. e LOPEZ, T. (2005). ASSET AND RISK MANAGEMENT. WILEY FINANCE.
- FERNANDEZ, V. (2003). EXTREME VALUE THEORY AND VALUE-AT-RISK, DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING AT THE UNIVERSITY OF CHILE (DI).
- FROMONT, E. (2005). MODÉLISATION DES RENTABILITÉS EXTRÊMES DES DISTRIBUTIONS DÈS HEDGE-FUNDS, CREM UMR CNRS 6211- AXE MACROÉCONOMIE ET FINANCE.
- GENÇAY R., SELÇUK, F. e ULUGUELYAGCI, A. (2003). HIGH VOLATILITY, THICK TAIL AND EXTREME VALUE THEORY IN VALUE-AT-RISK ESTIMATION. MATHEMATICS AND ECONOMICS, PP. 337-356.
- GENÇAY, R. e SELÇUK, F., (2004). EXTREME VALUE THEORY AND VALUE AT RISK: RELATIVE PERFORMANCE IN EMERGING MARKETS. INSURANCE: MATHEMATICS AND ECONOMICS, N° 33, 337-356.
- GIOT, P. e LAURENT, S. (2003). VALUE-AT-RISK FOR LONG AND SHORT TRADING POSITIONS. JOURNAL OF APPLIED ECONOMETRICS, N° 18, PP. 641-664.
- HANSEN, P. e LUNDE, A., (2005). A FORECAST COMPARISON OF VOLATILITY MODELS: DOES ANYTHING BEAT A GARCH (1, 1)? JOURNAL OF APPLIED ECONOMETRICS, 20(7), PP. 873-889.
- HO, L., BURRIDGE, P., CADLE, J. e THEOBALD, M., (2000). VALUE-AT-RISK: APPLYING THE EXTREME VALUE APPROACH TO ASIAN MARKETS IN RECENT FINANCIAL TURMOIL. PACIFIC-BASIN FINANCE JOURNAL, 8, PP 249-275.
- JORION, P., (2000). RISK MANAGEMENT LESSONS FROM LONG-TERM CAPITAL MANAGEMENT. EUROPEAN FINANCIAL MANAGEMENT, VOL. 6, NO. 3, SEPTEMBER 2000, PP. 277-300.
- JORION, P., (2007). VALUE AT RISK. 3RD ED, PUBLISHER: McGRAW-HILL.
- KUPIEC, P., (1995). TECHNIQUES FOR VERIFYING THE ACCURACY OF RISK MANAGEMENT MODELS. JOURNAL OF DERIVATIVES, 3, PP. 73-84.
- LONGIN, F., (1996). THE ASYMPTOTIC DISTRIBUTION OF EXTREME STOCK MARKET RETURNS. JOURNAL OF BUSINESS, 69 (3), PP. 383-408.
- LONGIN, F. (2000). FROM VALUE AT RISK TO STRESS TESTING: THE EXTREME VALUE APPROACH. JOURNAL OF BANKING AND FINANCE, N° 24, PP. 1097-1130.
- MANDELBROT, B. (2006). O MAU COMPORTAMENTO DOS MERCADOS: UMA VISÃO FRACTAL DO RISCO, DA RUÍNA E DO RENDIMENTO, GRADIVA.
- MCNEIL, A. e FREY, R. (2000). ESTIMATION OF TAIL-RELATED RISK MEASURES FOR HETEROSEDASTIC FINANCIAL TIME SERIES: AN EXTREME VALUE APPROACH. JOURNAL OF EMPIRICAL FINANCE, 7, ISSUES 3-4, NOVEMBER, PP. 271-300.
- NEFTCI, S. (2000). VALUE AT RISK CALCULATIONS, EXTREME EVENTS, AND TAIL ESTIMATION. THE JOURNAL OF DERIVATIVES, VOL.7, PP. 1-15.
- NELSON, D. (1991). CONDITIONAL HETEROSEDASTICITY IN ASSET RETURNS: A NEW APPROACH. ECONOMETRICA, 59, 2, PP. 347-370.
- NIGUEZ, T. (2008). VOLATILITY AND VAR FORECASTING IN THE MADRID STOCK EXCHANGE. SPANISH ECONOMIC REVIEW, VOL. 10, PP. 169-196.
- PATEV, P. e KANARYAN, N. (2004). MODELLING AND FORECASTING THE VOLATILITY OF THIN EMERGING STOCK MARKETS: THE CASE OF BULGARIA. SSRC, WORKING PAPER. CONSULTADO EM FEVEREIRO DE 2015, EM: [HTTP://SSRN.COM/ABSTRACT=532302](http://SSRN.COM/ABSTRACT=532302).
- REISS, R. e THOMAS, M. (2001). STATISTICAL ANALYSIS OF EXTREME VALUES: FROM INSURANCE, FINANCE, HYDROLOGY AND OTHER FIELDS, BIRKHAUSER VERLAG, BASEL.
- STIGLITZ, J. (1999). MORE INSTRUMENTS AND BROADER GOALS: MOVING TOWARD THE POST-WASHINGTON CONSENSUS. REVISTA DE ECONOMIA POLÍTICA, N. 19, v. 1(73).
- TSAY, R. (2005). ANALYSIS OF FINANCIAL TIME SERIES, 2ND ED., NEW JERSEY: WILEY.
- VELAYOUDOU, M., BECHIR, R. e ABDELWAHED, T. (2009) EXTREME VALUE THEORY AND VALUE AT RISK: APPLICATION TO OIL MARKET. ENERGY ECONOMICS, N° 31, PP. 519-530.
- VLADIMIR, O. (2009). AN APPLICATION OF EVT, GPD AND POT METHODS IN THE RUSSIAN STOCK MARKET (RTS INDEX). ORYOL REGIONAL ACADEMY OF STATE SERVICE, DISPONÍVEL EM: HTTP://PAPERS.SSRN.COM/SOL3/PAPERS.CFM?ABSTRACT_ID=1507678. ACESSO EM MAIO DE 2016.
- WU, P. e SHIEH, S. (2007). VALUE-AT-RISK ANALYSIS FOR LONG-TERM INTEREST RATE FUTURES: FAT-TAIL AND LONG MEMORY IN RETURN INNOVATIONS. JOURNAL OF EMPIRICAL FINANCE, VOL. 14, PP. 248-259.

ANEXO

Tabela 3: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice ATG.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2364	2351	2251	2370	2356	2271	2885	2866	2751	2870	2854	2759	2883	2868	2758	2882	2866	2757
T₁	27	40	140	21	35	120	11	30	145	26	42	137	13	28	138	14	30	139
T_∞	2337	2312	2123	2349	2325	2168	2876	2840	2616	2848	2817	2631	2872	2844	2629	2870	2840	2627
T₀₁	27	39	128	21	31	103	9	26	135	22	37	128	11	24	129	12	26	130
T₁₀	27	39	128	21	31	103	9	26	135	22	37	128	11	24	129	12	26	130
T₁₁	0	1	12	0	4	17	2	4	10	4	5	9	2	4	9	2	4	9
π	0,011	0,017	0,059	0,009	0,015	0,050	0,004	0,010	0,050	0,009	0,015	0,047	0,004	0,010	0,048	0,005	0,010	0,048
π₀₁	0,011	0,017	0,057	0,009	0,013	0,045	0,003	0,009	0,049	0,008	0,013	0,046	0,004	0,008	0,047	0,004	0,009	0,047
π₁₁	0,000	0,025	0,086	0,000	0,114	0,142	0,182	0,133	0,069	0,154	0,119	0,066	0,154	0,143	0,065	0,143	0,133	0,065
LR_{uc}	13,998	9,096	3,499	5,606	4,546	0,002	0,917	0,037	0,000	7,443	5,207	0,450	0,157	0,033	0,341	0,016	0,037	0,248
	(0,000)	(0,003)	(0,061)	(0,018)	(0,033)	(0,966)	(0,338)	(0,847)	(0,986)	(0,006)	(0,022)	(0,502)	(0,692)	(0,857)	(0,559)	(0,899)	(0,847)	(0,619)
LR_{ind}	0,617	0,147	1,769	0,372	10,201	15,569	12,304	14,024	1,037	16,360	13,243	0,973	10,870	15,141	0,893	10,244	14,024	0,816
	(0,432)	(0,701)	(0,183)	(0,542)	(0,001)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,309)	(0,000)	(0,000)	(0,324)	(0,001)	(0,000)	(0,345)	(0,001)	(0,000)	(0,366)
LR_{cc}	14,615	9,244	5,268	5,978	14,747	15,570	13,221	14,061	1,037	23,804	18,450	1,423	11,027	15,174	1,234	10,260	14,061	1,064
	(0,001)	(0,010)	(0,072)	(0,050)	(0,001)	(0,000)	(0,001)	(0,001)	(0,595)	(0,000)	(0,000)	(0,491)	(0,004)	(0,001)	(0,540)	(0,006)	(0,001)	(0,587)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice BOV, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 4: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice BOV.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2366	2346	2257	2373	2365	2267	2884	2870	2752	2871	2852	2749	2881	2869	2743	2881	2866	2692
T₁	25	45	134	18	26	124	12	26	144	25	44	147	15	27	153	15	30	204
T_∞	2342	2303	2132	2355	2340	2161	2872	2845	2616	2847	2809	2610	2867	2843	2600	2867	2837	2502
T₀₁	24	43	125	18	25	106	12	25	136	24	43	139	14	26	143	14	29	190
T₁₀	24	43	125	18	25	106	12	25	136	24	43	139	14	26	143	14	29	190
T₁₁	1	2	9	0	1	18	0	1	8	1	1	8	1	1	10	1	1	14
π	0,010	0,019	0,056	0,008	0,011	0,052	0,004	0,009	0,050	0,009	0,015	0,051	0,005	0,009	0,053	0,005	0,010	0,070
π₀₁	0,010	0,018	0,055	0,008	0,011	0,047	0,004	0,009	0,049	0,008	0,015	0,051	0,005	0,009	0,052	0,005	0,010	0,071
π₁₁	0,040	0,044	0,067	0,000	0,038	0,145	0,000	0,038	0,056	0,040	0,023	0,054	0,067	0,037	0,065	0,067	0,033	0,069
LR_{uc}	10,868	14,921	1,772	2,657	0,179	0,172	0,453	0,316	0,005	6,304	6,807	0,035	0,019	0,137	0,480	0,019	0,037	22,732
	(0,001)	(0,000)	(0,183)	(0,103)	(0,672)	(0,678)	(0,501)	(0,574)	(0,946)	(0,012)	(0,009)	(0,852)	(0,892)	(0,711)	(0,488)	(0,892)	(0,847)	(0,000)
LR_{ind}	1,251	1,192	0,314	0,273	1,133	16,333	0,100	1,423	0,105	1,549	0,148	0,042	3,382	1,305	0,475	3,382	0,991	0,011
	(0,263)	(0,275)	(0,575)	(0,601)	(0,287)	(0,000)	(0,752)	(0,233)	(0,745)	(0,213)	(0,701)	(0,837)	(0,066)	(0,253)	(0,491)	(0,066)	(0,319)	(0,916)
LR_{cc}	12,119	16,114	2,086	2,930	1,312	16,505	0,553	1,739	0,110	7,852	6,955	0,077	3,401	1,442	0,955	3,401	1,029	22,743
	(0,002)	(0,000)	(0,352)	(0,231)	(0,519)	(0,000)	(0,758)	(0,419)	(0,946)	(0,020)	(0,031)	(0,962)	(0,183)	(0,486)	(0,620)	(0,183)	(0,598)	(0,000)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice BOV, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 5: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice CAC.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T_0	2364	2355	2255	2364	2355	2245	2884	2871	2751	2874	2861	2744	2880	2869	2737	2878	2860	2700
T_1	27	36	136	27	36	146	12	25	145	22	35	152	16	27	159	18	36	196
T_{∞}	2338	2321	2127	2338	2321	2121	2872	2846	2611	2852	2826	2597	2864	2842	2583	2860	2824	2511
T_{01}	26	34	128	26	34	124	12	25	140	22	35	147	16	27	154	18	36	189
T_{10}	26	34	128	26	34	124	12	25	140	22	35	147	16	27	154	18	36	189
T_{11}	1	2	8	1	2	22	0	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	7
π	0,011	0,015	0,057	0,011	0,015	0,061	0,004	0,009	0,050	0,008	0,012	0,052	0,006	0,009	0,055	0,006	0,012	0,068
π_{01}	0,011	0,014	0,057	0,011	0,014	0,055	0,004	0,009	0,051	0,008	0,012	0,054	0,006	0,009	0,056	0,006	0,013	0,070
π_{11}	0,037	0,056	0,059	0,037	0,056	0,151	0,000	0,000	0,034	0,000	0,000	0,033	0,000	0,000	0,031	0,000	0,000	0,036
LR_{uc}	13,998	5,346	2,286	13,998	5,346	5,772	0,453	0,573	0,000	3,384	1,193	0,371	0,155	0,137	1,423	0,798	1,605	17,241
	(0,000)	(0,021)	(0,131)	(0,000)	(0,021)	(0,016)	(0,501)	(0,449)	(0,986)	(0,066)	(0,275)	(0,542)	(0,694)	(0,711)	(0,233)	(0,372)	(0,205)	(0,000)
LR_{ind}	1,022	2,429	0,010	1,022	2,429	16,238	0,100	0,435	0,866	0,337	0,856	1,409	0,178	0,508	2,075	0,225	0,906	4,022
	(0,312)	(0,119)	(0,920)	(0,312)	(0,119)	(0,000)	(0,752)	(0,509)	(0,352)	(0,562)	(0,355)	(0,235)	(0,673)	(0,476)	(0,150)	(0,635)	(0,341)	(0,045)
LR_{cc}	15,021	7,775	2,296	15,021	7,775	22,010	0,553	1,009	0,867	3,721	2,049	1,780	0,333	0,645	3,498	1,023	2,511	21,263
	(0,001)	(0,020)	(0,317)	(0,001)	(0,020)	(0,000)	(0,758)	(0,604)	(0,648)	(0,156)	(0,359)	(0,411)	(0,847)	(0,724)	(0,174)	(0,600)	(0,285)	(0,000)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LR_{uc}), independência (LR_{ind}) e cobertura condicional (LR_{cc}), relativamente à série financeira do índice CAC, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 6: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice DAX.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2370	2354	2247	2372	2353	2254	2884	2866	2752	2872	2858	2733	2883	2866	2731	2887	2871	2689
T₁	21	37	144	19	38	137	12	30	144	24	38	163	13	30	165	9	25	207
T_∞	2350	2318	2112	2353	2318	2133	2872	2837	2611	2849	2821	2575	2870	2837	2570	2878	2847	2489
T₀₁	20	36	135	19	35	121	12	29	141	23	37	158	13	29	161	9	24	200
T₁₀	20	36	135	19	35	121	12	29	141	23	37	158	13	29	161	9	24	200
T₁₁	1	1	9	0	3	16	0	1	3	1	1	5	0	1	4	0	1	7
π	0,009	0,015	0,060	0,008	0,016	0,057	0,004	0,010	0,050	0,008	0,013	0,056	0,004	0,010	0,057	0,003	0,009	0,071
π₀₁	0,008	0,015	0,060	0,008	0,015	0,054	0,004	0,010	0,051	0,008	0,013	0,058	0,005	0,010	0,059	0,003	0,008	0,074
π₁₁	0,048	0,027	0,063	0,000	0,079	0,117	0,000	0,033	0,021	0,042	0,026	0,031	0,000	0,033	0,024	0,000	0,040	0,034
LR_{uc}	5,606	6,202	4,955	3,536	7,114	2,566	0,453	0,037	0,005	5,245	2,595	2,318	0,157	0,037	2,844	2,411	0,573	24,966
	(0,018)	(0,013)	(0,026)	(0,060)	(0,008)	(0,109)	(0,501)	(0,847)	(0,946)	(0,022)	(0,107)	(0,128)	(0,692)	(0,847)	(0,092)	(0,121)	(0,449)	(0,000)
LR_{ind}	1,815	0,271	0,014	0,304	5,142	7,569	0,100	0,991	3,358	1,683	0,403	2,510	0,117	0,991	4,348	0,056	1,549	5,762
	(0,178)	(0,603)	(0,906)	(0,581)	(0,023)	(0,006)	(0,752)	(0,319)	(0,067)	(0,195)	(0,526)	(0,113)	(0,732)	(0,319)	(0,037)	(0,813)	(0,213)	(0,016)
LR_{cc}	7,421	6,473	4,969	3,840	12,256	10,135	0,553	1,029	3,363	6,928	2,998	4,828	0,275	1,029	7,192	2,467	2,122	30,728
	(0,024)	(0,039)	(0,083)	(0,147)	(0,002)	(0,006)	(0,758)	(0,598)	(0,186)	(0,031)	(0,223)	(0,089)	(0,872)	(0,598)	(0,027)	(0,291)	(0,346)	(0,000)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice DAX, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 7: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice DJ.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2360	2475	2385	2368	2479	2376	2886	2871	2751	2864	2851	2749	2878	2866	2741	2875	2850	2686
T₁	31	46	136	23	42	145	10	25	145	32	45	147	18	30	155	21	46	210
T_∞	2331	2431	2259	2345	2439	2253	2876	2846	2615	2832	2806	2610	2860	2836	2596	2854	2804	2494
T₀₁	29	44	126	23	40	123	10	25	136	32	45	139	18	30	145	21	46	192
T₁₀	29	44	126	23	40	123	10	25	136	32	45	139	18	30	145	21	46	192
T₁₁	2	2	10	0	2	22	0	0	9	0	0	8	0	0	10	0	0	18
π	0,013	0,018	0,054	0,010	0,017	0,058	0,003	0,009	0,050	0,011	0,016	0,051	0,006	0,010	0,054	0,007	0,016	0,073
π₀₁	0,012	0,018	0,053	0,010	0,016	0,052	0,003	0,009	0,049	0,011	0,016	0,051	0,006	0,010	0,053	0,007	0,016	0,071
π₁₁	0,065	0,043	0,074	0,000	0,048	0,152	0,000	0,000	0,062	0,000	0,000	0,054	0,000	0,000	0,065	0,000	0,000	0,086
LR_{uc}	21,139	13,923	0,807	8,061	9,409	2,866	1,563	0,573	0,000	15,817	7,677	0,035	0,798	0,037	0,740	2,588	8,592	27,294
	(0,000)	(0,000)	(0,369)	(0,005)	(0,002)	(0,090)	(0,211)	(0,449)	(0,986)	(0,000)	(0,006)	(0,852)	(0,372)	(0,847)	(0,390)	(0,108)	(0,003)	(0,000)
LR_{ind}	3,393	1,213	0,981	0,447	1,684	18,269	0,069	0,435	0,433	0,715	1,421	0,042	0,225	0,628	0,369	0,307	1,485	0,559
	(0,065)	(0,271)	(0,322)	(0,504)	(0,194)	(0,000)	(0,792)	(0,509)	(0,511)	(0,398)	(0,233)	(0,837)	(0,635)	(0,428)	(0,543)	(0,580)	(0,223)	(0,455)
LR_{cc}	24,532	15,135	1,788	8,508	11,093	21,135	1,633	1,009	0,433	16,532	9,098	0,077	1,023	0,665	1,109	2,895	10,077	27,853
	(0,000)	(0,001)	(0,409)	(0,014)	(0,004)	(0,000)	(0,442)	(0,604)	(0,805)	(0,000)	(0,011)	(0,962)	(0,600)	(0,717)	(0,574)	(0,235)	(0,006)	(0,000)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice DJ, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 8: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice FTSE.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2360	2341	2245	2365	2356	2261	2884	2871	2752	2875	2856	2728	2880	2864	2727	2870	2844	2700
T₁	31	50	146	26	35	130	12	25	144	21	40	168	16	32	169	26	52	196
T_∞	2329	2294	2115	2340	2325	2149	2872	2846	2615	2854	2816	2570	2864	2832	2569	2844	2792	2516
T₀₁	31	47	130	25	31	112	12	25	137	21	40	158	16	32	158	26	52	184
T₁₀	31	47	130	25	31	112	12	25	137	21	40	158	16	32	158	26	52	184
T₁₁	0	3	16	1	4	18	0	0	7	0	0	10	0	0	11	0	0	12
π	0,013	0,021	0,061	0,011	0,015	0,054	0,004	0,009	0,050	0,007	0,014	0,058	0,006	0,011	0,058	0,009	0,018	0,068
π₀₁	0,013	0,020	0,058	0,011	0,013	0,050	0,004	0,009	0,050	0,007	0,014	0,058	0,006	0,011	0,058	0,009	0,018	0,068
π₁₁	0,000	0,060	0,110	0,038	0,114	0,138	0,000	0,000	0,049	0,000	0,000	0,060	0,000	0,000	0,065	0,000	0,000	0,061
LR_{uc}	21,139	21,881	5,772	12,394	4,546	0,936	0,453	0,573	0,005	2,588	3,800	3,729	0,155	0,312	4,050	7,443	14,980	17,241
	(0,000)	(0,000)	(0,016)	(0,000)	(0,033)	(0,333)	(0,501)	(0,449)	(0,946)	(0,108)	(0,051)	(0,053)	(0,694)	(0,577)	(0,044)	(0,006)	(0,000)	(0,000)
LR_{ind}	0,814	2,575	5,314	1,133	10,201	13,848	0,100	0,435	0,004	0,307	1,120	0,007	0,178	0,715	0,143	0,471	1,902	0,143
	(0,367)	(0,109)	(0,021)	(0,287)	(0,001)	(0,000)	(0,752)	(0,509)	(0,950)	(0,580)	(0,290)	(0,931)	(0,673)	(0,398)	(0,705)	(0,492)	(0,168)	(0,705)
LR_{cc}	21,953	24,456	11,086	13,527	14,747	14,785	0,553	1,009	0,009	2,895	4,920	3,737	0,333	1,027	4,193	7,914	16,881	17,384
	(0,000)	(0,000)	(0,004)	(0,001)	(0,001)	(0,001)	(0,758)	(0,604)	(0,996)	(0,235)	(0,085)	(0,154)	(0,847)	(0,598)	(0,123)	(0,019)	(0,000)	(0,000)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice FTSE, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 9: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice HANG.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2368	2355	2254	2364	2351	2278	2885	2871	2751	2874	2860	2740	2884	2871	2743	2878	2867	2728
T₁	23	36	137	27	40	113	11	25	145	22	36	156	12	25	153	18	29	168
T_∞	2345	2320	2124	2340	2315	2181	2874	2846	2615	2852	2825	2594	2872	2846	2600	2860	2839	2571
T₀₁	23	35	130	24	36	97	11	25	136	22	35	146	12	25	143	18	28	157
T₁₀	23	35	130	24	36	97	11	25	136	22	35	146	12	25	143	18	28	157
T₁₁	0	1	7	3	4	16	0	0	9	0	1	10	0	0	10	0	1	11
π	0,010	0,015	0,057	0,011	0,017	0,047	0,004	0,009	0,050	0,008	0,012	0,054	0,004	0,009	0,053	0,006	0,010	0,058
π₀₁	0,010	0,015	0,058	0,010	0,015	0,043	0,004	0,009	0,049	0,008	0,012	0,053	0,004	0,009	0,052	0,006	0,010	0,058
π₁₁	0,000	0,028	0,051	0,111	0,100	0,142	0,000	0,000	0,062	0,000	0,028	0,064	0,000	0,000	0,065	0,000	0,034	0,065
LR_{uc}	8,061	5,346	2,566	13,998	9,096	0,384	0,917	0,573	0,000	3,384	1,605	0,890	0,453	0,573	0,480	0,798	0,000	3,729
	(0,005)	(0,021)	(0,109)	(0,000)	(0,003)	(0,535)	(0,338)	(0,449)	(0,986)	(0,066)	(0,205)	(0,345)	(0,501)	(0,449)	(0,488)	(0,372)	(0,994)	(0,053)
LR_{ind}	0,447	0,321	0,107	8,895	8,228	16,030	0,084	0,435	0,433	0,337	0,520	0,321	0,100	0,435	0,475	0,225	1,089	0,175
	(0,504)	(0,571)	(0,744)	(0,003)	(0,004)	(0,000)	(0,772)	(0,509)	(0,511)	(0,562)	(0,471)	(0,571)	(0,752)	(0,509)	(0,491)	(0,635)	(0,297)	(0,675)
LR_{cc}	8,508	5,667	2,673	22,893	17,324	16,415	1,001	1,009	0,433	3,721	2,125	1,212	0,553	1,009	0,955	1,023	1,089	3,905
	(0,014)	(0,059)	(0,263)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,606)	(0,604)	(0,805)	(0,156)	(0,346)	(0,546)	(0,758)	(0,604)	(0,620)	(0,600)	(0,580)	(0,142)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice HANG, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 10: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice IBEX.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2362	2350	2267	2372	2354	2269	2884	2865	2751	2865	2851	2733	2874	2863	2733	2866	2849	2706
T₁	29	41	124	19	37	122	12	31	145	31	45	163	22	33	163	30	47	190
T_∞	2333	2309	2153	2353	2317	2163	2872	2834	2614	2834	2807	2578	2852	2831	2579	2836	2803	2526
T₀₁	29	41	114	19	37	106	12	31	137	31	44	155	22	32	154	30	46	180
T₁₀	29	41	114	19	37	106	12	31	137	31	44	155	22	32	154	30	46	180
T₁₁	0	0	10	0	0	16	0	0	8	0	1	8	0	1	9	0	1	10
π	0,012	0,017	0,052	0,008	0,015	0,051	0,004	0,011	0,050	0,011	0,016	0,056	0,008	0,011	0,056	0,010	0,016	0,066
π₀₁	0,012	0,017	0,050	0,008	0,016	0,047	0,004	0,011	0,050	0,011	0,015	0,057	0,008	0,011	0,056	0,010	0,016	0,067
π₁₁	0,000	0,000	0,081	0,000	0,000	0,131	0,000	0,000	0,055	0,000	0,022	0,049	0,000	0,030	0,055	0,000	0,021	0,053
LR_{uc}	17,429	10,164	0,172	3,536	6,202	0,053	0,453	0,142	0,000	14,250	7,677	2,318	3,384	0,545	2,318	12,749	9,552	13,582
	(0,000)	(0,001)	(0,678)	(0,060)	(0,013)	(0,819)	(0,501)	(0,706)	(0,986)	(0,000)	(0,006)	(0,128)	(0,066)	(0,460)	(0,128)	(0,000)	(0,002)	(0,000)
LR_{ind}	0,712	1,431	1,916	0,304	1,163	12,402	0,100	0,671	0,081	0,671	0,118	0,176	0,337	0,732	0,004	0,628	0,070	0,594
	(0,399)	(0,232)	(0,166)	(0,581)	(0,281)	(0,000)	(0,752)	(0,413)	(0,776)	(0,413)	(0,731)	(0,675)	(0,562)	(0,392)	(0,951)	(0,428)	(0,792)	(0,441)
LR_{cc}	18,141	11,595	2,089	3,840	7,366	12,454	0,553	0,813	0,081	14,921	7,795	2,494	3,721	1,277	2,322	13,378	9,621	14,175
	(0,000)	(0,003)	(0,352)	(0,147)	(0,025)	(0,002)	(0,758)	(0,666)	(0,960)	(0,001)	(0,020)	(0,287)	(0,156)	(0,528)	(0,313)	(0,001)	(0,008)	(0,001)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice IBEX, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 11: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice ISEQ.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T_0	2361	2341	2258	2366	2352	2233	2883	2875	2751	2866	2845	2743	2879	2862	2737	2879	2856	2687
T_1	30	50	133	25	39	158	13	21	145	30	51	153	17	34	159	17	40	209
T_{00}	2331	2293	2134	2343	2317	2107	2870	2854	2614	2836	2794	2600	2862	2828	2591	2861	2815	2497
T_{01}	30	48	124	23	35	126	13	21	137	30	51	143	17	34	146	18	41	190
T_{10}	30	48	124	23	35	126	13	21	137	30	51	143	17	34	146	17	40	190
T_{11}	0	2	9	2	4	32	0	0	8	0	0	10	0	0	13	0	0	19
π	0,013	0,021	0,056	0,010	0,016	0,066	0,004	0,007	0,050	0,010	0,018	0,053	0,006	0,012	0,055	0,006	0,014	0,072
π_{01}	0,013	0,021	0,055	0,010	0,015	0,056	0,005	0,007	0,050	0,010	0,018	0,052	0,006	0,012	0,053	0,006	0,014	0,071
π_{11}	0,000	0,040	0,068	0,080	0,103	0,203	0,000	0,000	0,055	0,000	0,000	0,065	0,000	0,000	0,082	0,000	0,000	0,091
LR_{uc}	19,250	21,881	1,539	10,868	8,079	11,874	0,157	2,444	239,819	12,749	13,813	0,480	188,614	0,839	287,460	188,614	3,800	477,613
	(0,000)	(0,000)	(0,215)	(0,001)	(0,004)	(0,001)	(0,692)	(0,118)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,488)	(0,000)	(0,360)	(0,000)	(0,051)	(0,000)	
LR_{ind}	0,762	0,723	0,366	4,914	8,594	35,416	0,117	0,307	0,081	0,628	1,829	0,475	0,201	0,808	2,065	-10,005	-7,391	1,104
	0,383	(0,395)	(0,545)	0,027	(0,003)	(0,000)	(0,732)	(0,580)	(0,776)	(0,428)	(0,176)	(0,491)	(0,654)	(0,369)	(0,151)			(0,293)
LR_{cc}	(20,012)	22,605	1,906	(15,782)	16,673	47,290	0,275	2,750	239,900	13,378	15,641	0,955	188,815	1,647	289,525	178,609	-3,591	478,718
	(0,000)	(0,000)	(0,386)	(0,000)	(0,000)	(0,000)	(0,872)	(0,253)	(0,000)	(0,001)	(0,000)	(0,620)	(0,000)	(0,439)	(0,000)	(0,000)		(0,000)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LR_{uc}), independência (LR_{ind}) e cobertura condicional (LR_{cc}), relativamente à série financeira do índice ISEQ, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 12: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice Nikkei.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2358	2342	2243	2373	2355	2261	2885	2871	2752	2867	2845	2733	2876	2859	2731	2865	2838	2691
T₁	33	49	148	18	36	130	11	25	144	29	51	163	20	37	165	31	58	205
T_{oo}	2328	2297	2107	2357	2323	2146	2875	2847	2615	2839	2795	2577	2857	2823	2573	2835	2781	2497
T_{o1}	30	45	136	16	32	115	10	24	137	28	50	156	19	36	158	30	57	194
T₁₀	30	45	136	16	32	115	10	24	137	28	50	156	19	36	158	30	57	194
T₁₁	3	4	12	2	4	15	1	1	7	1	1	7	1	1	7	1	1	11
π	0,014	0,020	0,062	0,008	0,015	0,054	0,004	0,009	0,050	0,010	0,018	0,056	0,007	0,013	0,057	0,011	0,020	0,071
π_{01}	0,013	0,019	0,061	0,007	0,014	0,051	0,003	0,008	0,050	0,010	0,018	0,057	0,007	0,013	0,058	0,010	0,020	0,072
π_{11}	0,091	0,082	0,081	0,111	0,111	0,115	0,091	0,040	0,049	0,034	0,020	0,043	0,050	0,027	0,042	0,032	0,017	0,054
LR_{uc}	25,110	20,404	6,647	2,657	5,346	0,936	0,917	0,573	0,005	11,316	13,813	2,318	1,889	2,073	2,844	14,250	22,780	23,466
	(0,000)	(0,000)	(0,010)	(0,103)	(0,021)	(0,333)	(0,338)	(0,449)	(0,946)	(0,001)	(0,000)	(0,128)	(0,169)	(0,150)	(0,092)	(0,000)	(0,000)	(0,000)
LR_{ind}	6,633	5,451	0,922	7,443	9,777	7,785	4,607	1,549	0,004	1,089	0,012	0,625	2,312	0,459	0,749	0,899	0,025	1,062
	(0,010)	(0,020)	(0,337)	(0,006)	(0,002)	(0,005)	(0,032)	(0,213)	(0,950)	(0,297)	(0,914)	(0,429)	(0,128)	(0,498)	(0,387)	(0,343)	(0,876)	(0,303)
LR_{cc}	31,743	25,855	7,569	10,101	15,122	8,722	5,524	2,122	0,009	12,405	13,824	2,943	4,201	2,532	3,593	15,150	22,805	24,528
	(0,000)	(0,000)	(0,023)	(0,006)	(0,001)	(0,013)	(0,063)	(0,346)	(0,996)	(0,002)	(0,001)	(0,230)	(0,122)	(0,282)	(0,166)	(0,001)	(0,000)	(0,000)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice NIKKEI, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 13: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice PSI.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2361	2344	2256	2370	2352	2264	2886	2863	2751	2870	2854	2757	2883	2866	2754	2887	2878	2738
T₁	30	47	135	21	39	127	10	33	145	26	42	139	13	30	142	9	18	158
T_∞	2332	2299	2137	2349	2313	2164	2876	2831	2616	2845	2813	2627	2870	2837	2622	2878	2860	2591
T₀₁	29	45	119	21	39	100	10	32	135	25	41	130	13	29	132	9	18	147
T₁₀	29	45	119	21	39	100	10	32	135	25	41	130	13	29	132	9	18	147
T₁₁	1	2	16	0	0	27	0	1	10	1	1	9	0	1	10	0	0	11
π	0,013	0,020	0,056	0,009	0,016	0,053	0,003	0,011	0,050	0,009	0,015	0,048	0,004	0,010	0,049	0,003	0,006	0,055
π₀₁	0,012	0,019	0,053	0,009	0,017	0,044	0,003	0,011	0,049	0,009	0,014	0,047	0,005	0,010	0,048	0,003	0,006	0,054
π₁₁	0,033	0,043	0,119	0,000	0,000	0,213	0,000	0,030	0,069	0,038	0,024	0,065	0,000	0,033	0,070	0,000	0,000	0,070
LR_{uc}	19,250	17,576	2,021	5,606	8,079	0,479	1,563	0,545	0,000	7,443	5,207	0,248	0,157	0,037	0,057	2,411	4,842	1,232
	(0,000)	(0,000)	(0,155)	(0,018)	(0,004)	(0,489)	(0,211)	(0,460)	(0,986)	(0,006)	(0,022)	(0,619)	(0,692)	(0,847)	(0,811)	(0,121)	(0,028)	(0,267)
LR_{ind}	0,734	0,988	8,133	0,372	1,293	41,818	0,069	0,732	1,037	1,423	0,217	0,816	0,117	0,991	1,307	0,056	0,225	0,682
	(0,392)	(0,320)	(0,004)	(0,542)	(0,255)	(0,000)	(0,792)	(0,392)	(0,309)	(0,233)	(0,641)	(0,366)	(0,732)	(0,319)	(0,253)	(0,813)	(0,635)	(0,409)
LR_{cc}	19,984	18,564	10,154	5,978	9,372	42,298	1,633	1,277	1,037	8,866	5,424	1,064	0,275	1,029	1,364	2,467	5,067	1,914
	(0,000)	(0,000)	(0,006)	(0,050)	(0,009)	(0,000)	(0,442)	(0,528)	(0,595)	(0,012)	(0,066)	(0,587)	(0,872)	(0,598)	(0,506)	(0,291)	(0,079)	(0,384)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice PSI, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.

Tabela 14: Resultados do *Backtesting* – Testes de cobertura incondicional, independência e cobertura condicional, relativamente à série financeira do índice SENSEX.

	RM (0,5)	RM (1)	RM(5)	SH (0,5)	SH (1)	SH (5)	TVE (0,5)	TVE (1)	TVE (5)	Normal (0,5)	Normal (1)	Normal (5)	t-S (0,5)	t-S (1)	t-S (5)	C-F (0,5)	C-F (1)	C-F (5)
T₀	2363	2348	2277	2371	2358	2276	2883	2866	2751	2865	2854	2764	2877	2867	2765	2888	2875	2742
T₁	28	43	114	20	33	115	13	30	145	31	42	132	19	29	131	8	21	154
T_∞	2337	2308	2173	2353	2330	2183	2871	2838	2613	2836	2814	2638	2860	2840	2640	2880	2856	2597
T₀₁	26	40	104	18	28	93	12	28	138	29	40	126	17	27	125	8	19	145
T₁₀	26	40	104	18	28	93	12	28	138	29	40	126	17	27	125	8	19	145
T₁₁	2	3	10	2	5	22	1	2	7	2	2	6	2	2	6	0	2	9
π	0,012	0,018	0,048	0,008	0,014	0,048	0,004	0,010	0,050	0,011	0,015	0,046	0,007	0,010	0,045	0,003	0,007	0,053
π₀₁	0,011	0,017	0,046	0,008	0,012	0,041	0,004	0,010	0,050	0,010	0,014	0,046	0,006	0,009	0,045	0,003	0,007	0,053
π₁₁	0,071	0,070	0,088	0,100	0,152	0,191	0,077	0,067	0,048	0,065	0,048	0,045	0,105	0,069	0,046	0,000	0,095	0,058
LR_{uc}	15,678	12,448	0,275	4,521	3,121	0,185	0,157	0,037	0,000	14,250	5,207	1,226	1,291	0,000	1,428	3,481	2,444	0,603
	(0,000)	(0,000)	(0,600)	(0,033)	(0,077)	(0,668)	(0,692)	(0,847)	(0,986)	(0,000)	(0,022)	(0,268)	(0,256)	(0,994)	(0,232)	(0,062)	(0,118)	(0,437)
LR_{ind}	4,096	3,922	3,463	6,610	16,211	33,160	3,940	4,266	0,010	4,035	2,069	(0,000)	7,738	4,508	0,001	0,044	6,944	0,087
	(0,043)	(0,048)	(0,063)	(0,010)	(0,000)	(0,000)	(0,047)	(0,039)	(0,919)	(0,045)	(0,150)	(0,994)	(0,005)	(0,034)	(0,975)	(0,833)	(0,008)	(0,768)
LR_{cc}	19,774	16,370	3,738	11,131	19,332	33,344	4,097	4,303	0,011	18,285	7,276	1,226	9,028	4,508	1,429	3,526	9,388	0,690
	(0,000)	(0,000)	(0,154)	(0,004)	(0,000)	(0,000)	(0,129)	(0,116)	(0,995)	(0,000)	(0,026)	(0,542)	(0,011)	(0,105)	(0,489)	(0,172)	(0,009)	(0,708)

Fonte: elaboração própria.

Notas: Esta tabela apresenta os resultados dos testes de cobertura incondicional (LRuc), independência (LRind) e cobertura condicional (LRcc), relativamente à série financeira do índice SENSEX, para os níveis de confiança de 99,5% (0,5), 99% (1) e 95% (5), aplicados às estimativas dos modelos *Riskmetrics* (RM), simulação histórica (SH), teoria do valor extremo (TVE), t-Student (t-S) e Cornish-Fisher (CF). Os valores entre parêntesis dizem respeito à probabilidade de cada um dos testes.