

EDUCAÇÃO e TECNOLOGIA



Revista do Instituto Politécnico da Guarda

EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA

Propriedade : Instituto Politécnico da Guarda

Director : **João Raimundo**

Redacção : **Serviços Centrais do IPG - Quinta do Zâmbito**
6300 Guarda * Telf. 222634 * Fax 222690

Composição : **Gabinete Editorial do IPG**

Execução Gráfica e Impressão : **Secção de Reprografia do IPG**

Depósito Legal nº **17.981/87**

Periodicidade : **Semestral**

nº X - Julho de 1992

Reprodução total ou parcial proibida

Capa : Vista parcial do edifício do Pólo de Seia do
Instituto Politécnico da Guarda

UM PROJECTO, UMA OBRA...

A edição deste número coincide com o final de mais um ano lectivo e outrossim com o epílogo da nova estrutura física do Instituto Politécnico da Guarda.

Símbolo da modernidade e do progresso, este Instituto é, já no presente, uma resposta credenciada às exigências das próximas décadas e uma via de futuro para os cerca de três milhares de jovens que o irão frequentar a partir de Outubro.

Será, então, ampliado neste estabelecimento de ensino superior o leque de cursos que são indispensáveis à actual e futura conjuntura de desenvolvimento regional, empresarial e industrial, cujo percurso tem de ser pautado pela necessidade de se marcar uma presença digna, activa e de qualidade no cenário europeu.

"Nómadas do mundo, teremos de ser agora sedentários conviventes nesta Europa onde sempre coubemos mal e nunca nos soubemos realizar", como escreveu Miguel Torga.

E esta presença tem sido bem afirmada pelo Politécnico da Guarda, através das suas múltiplas relações com estabelecimentos de ensino congéneres.

Cumpriu-se um projecto. O Instituto Politécnico é uma realidade resultante de um trabalho planificado, de uma ideia assumida, da resposta consciente a objectivos definidos, tendo subjacente a comunidade regional. O IPG é, bem poderemos dizer, uma obra impulsionada pela "força de um sonho inteiro".

João Raimundo

Presidente do IPG

OS MÉTODOS DE SIMULAÇÃO UM EXEMPLO

Álvaro Bento Leal*

Resumo: Apresenta-se um exemplo de aplicação do método da simulação na determinação do erro de um valor, obtido de um conjunto de medidas experimentais, bem caracterizado do ponto de vista estatístico.

A variedade de problemas para os quais a simulação oferece, na prática, a única possibilidade de abordagem, é enorme.

Os sistemas cujas leis, numa descrição parcial, são conhecidas, mas devido à sua complexidade não é possível caracterizar a sua evolução global, são, regra geral, adequados ao tratamento por simulação.

Existe uma grande semelhança entre a simulação e a experimentação. Em ambos os casos, o objectivo é, a partir de soluções obtidas para conjuntos particulares de parâmetros do sistema, inferir a solução geral do mesmo.

Existe a tendência de associar à simulação o método de geração aleatória de valores (de Monte Carlo). Tal não é essencial, dado que o que caracteriza a simulação é a obtenção de um resultado para diferentes conjuntos particulares dos parâmetros do sistema e não o método de gerar esses conjuntos. Pode mesmo dizer-se que, na maioria dos casos, os resultados da simulação são os mesmos, quer se utilize uma geração aleatória quer uma geração regular, sobre o domínio dos parâmetros. Recorre-se, habitualmente, à geração aleatória pela maior garantia de fuga a situações singulares e pelo facto de o comportamento aleatório ser característico dos parâmetros com valores influenciados por

* Professor Coordenador do I.P.G.

um grande número de variáveis não controladas.

A técnica da simulação pode caracterizar-se numa forma simples:

- Sejam p_i ($i = 1, 2, \dots, m$) os parâmetros que definem o comportamento do sistema.

- Sejam r_j (R, p_1, p_2, \dots, p_n) = 0 ($j = 1, 2, \dots, q$), as relações funcionais que permitem a obtenção do resultado R .

- Tomem-se p_{ik} ($i = 1, 2, \dots, m$), ($k = 1, 2, \dots, n$) e apliquem-se as relações r_j (R_k, p_{ij}). O conjunto R_k ($k = 1, 2, \dots, n$) caracteriza, em termos estatísticos, a solução global R do sistema.

Se, em termos gerais, o método é simples de descrever, na prática, o sucesso da sua aplicação reside na formulação correcta e o mais completa possível das relações r_j (R, p_i), pelo que há necessidade de uma análise cuidadosa em cada tipo de problema.

O exemplo que aqui irá ser apresentado para uma situação particular, é facilmente generalizado ao problema que se pode definir como:

"Determinação do erro num resultado, conhecidos os erros das variáveis independentes, de que é função".

O autor foi confrontado com o problema quando do apoio a um trabalho experimental em laboratório, que consistia na determinação, para diferentes valores do tempo t , da coordenada x do centro de gravidade de uma mistura de duas substâncias granuladas de diferentes densidades, sujeitas a uma agitação provocada por sucessivos impulsos de pressão de água (gigagem).

O centro de gravidade era determinado a partir da medida da frequência de oscilação, do cilindro que continha a mistura, em torno do eixo definido por dois cutelos de apoio, como se representa na fig. 1.

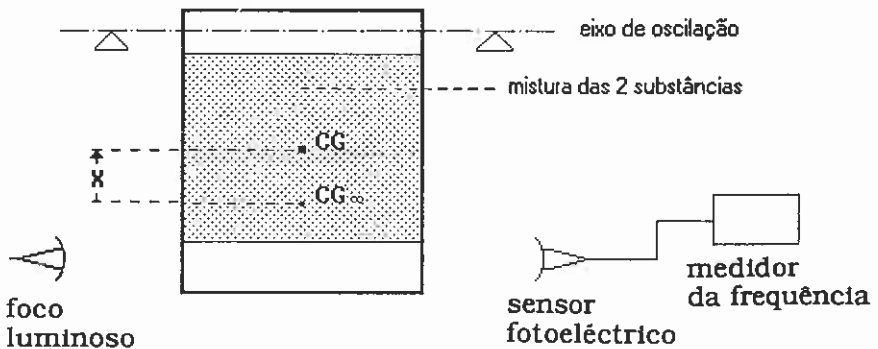


Fig. 1

O conhecimento dos erros experimentais dos instrumentos de medida: da geometria, dos tempos, das massas e do dispositivo de contagem do número de oscilações, permitia, com base na análise mecânica do movimento do pêndulo composto, caracterizar os erros experimentais das variáveis t e x :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_t = h(t) \\ \epsilon_x = f(x) \end{array} \right. \quad \epsilon_t \text{ e } \epsilon_x - \text{desvios padrão de } t \text{ e } x$$

A evolução do centro de gravidade era pressuposto seguir uma curva exponencial (lei de Mayer):

$$x = C \cdot e^{-\alpha t}$$

onde α é o parâmetro cuja determinação era o objectivo da experiência.

Realizadas as determinações para um conjunto de instantes t_1, t_2, \dots, t_m com resultados x_1, x_2, \dots, x_n , o valor de α era obtido pelo método dos desvios quadráticos mínimos, isto é:

$$\log x = \log C - \alpha \cdot t$$

$$\sum_{i=1}^n (\log C - \alpha \cdot t_i - \log x_i)^2 \quad \text{mínimo}$$

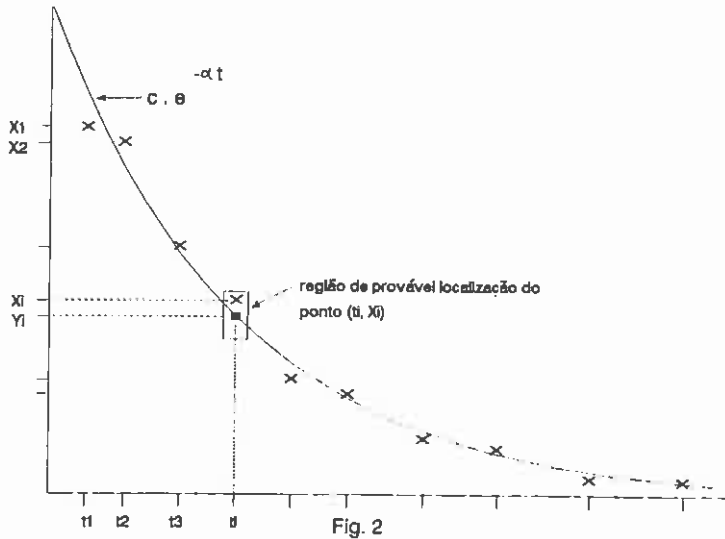
derivando em ordem a $\log C$ e α , e, igualando a zero, vem:

$$\left\{ \begin{array}{l} n \cdot \log C - \sum t_i \cdot \alpha = \sum \log x_i \\ \sum t_i \cdot \log C - \sum t_i^2 \cdot \alpha = \sum t_i \cdot \log x_i \end{array} \right.$$

donde

$$\alpha = \frac{n \sum \log x_i \cdot t_i - \sum t_i \cdot \sum \log x_i}{(\sum t_i)^2 - n \cdot \sum t_i^2}$$

$$\log C = \frac{\sum t_i \cdot \sum t_i \cdot \log x_i - \sum \log x_i \cdot \sum t_i^2}{(\sum t_i)^2 - n \cdot \sum t_i^2}$$



Obtido o valor de α , põe-se o problema de saber o erro do valor obtido resultante de os pontos (t_i, x_i) terem eventuais desvios, relativamente aos valores exactos.

O método experimental de obter o erro é bem conhecido: repete-se N vezes a experiência e determina-se o desvio padrão dos valores encontrados, o qual é uma medida do intervalo de confiança do valor médio calculado. Isto não é, obviamente, prático na medida em que a repetição da experiência envolve recursos e tempo não disponíveis.

É neste ponto que a simulação é útil. Atenda-se ao que se segue:

Considere-se a curva $C \cdot e^{-\alpha t}$ obtida com os pontos (t_i, x_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) experimentais, como a curva mais provável (ou curva média). Fica definido o conjunto de pontos (t_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, n$), com $y_i = C \cdot e^{-\alpha t_i}$.

Imaginem-se s experiências com determinações na vizinhança desses pontos (t_i, y_i) . Obter-se-ão s conjuntos (t_{ik}, z_{ik}) ($i = 1, 2, \dots, n$) ($k = 1, 2, \dots, s$), com valores z_{ik} e t_{ik} ($k = 1, 2, \dots, s$) de valores médios y_i e t_i e com desvio padrão ϵ_{x_i} e ϵ_{t_i} .

respectivamente. Para cada conjunto k , calcula-se o respectivo α_k , pelo que o desvio padrão de α vem dado por:

$$\varepsilon_{\alpha} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^s (\alpha_k - \alpha)^2}{s}}$$

e fica, desta forma, resolvido o problema proposto.

A geração dos pontos (t_{1k}, z_{1k}) deve respeitar as características estatísticas dos erros em t e x . Regra geral, considera-se que os desvios seguem distribuições normais. É, no entanto, de considerar o caso da distribuição uniforme, para os erros resultantes da influência de atritos do tipo de Coulomb.

A simulação poderá também dar resposta a uma questão do seguinte teor: "dispondo de 20 pontos, qual o valor com maior precisão, o que se obtém ajustando a exponencial a esses 20 pontos, ou o valor obtido seleccionando 2 conjuntos de 10 pontos para obter 2 valores de α e tomando a sua média?"

No primeiro caso, a simulação é feita com a geração de 20 pontos para a obtenção de cada α ; no segundo caso, geram-se 10 pontos obtém-se α_1 , geram-se mais 10 pontos, obtém-se α_2 e faz-se $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$, repetindo o processo o número suficiente de vezes. O caso mais favorável é o que conduzir a menor desvio padrão.

A questão de saber quantas simulações devem ser realizadas de forma a obter resultados seguros resolve-se, regra geral, de acordo com um critério prático que consiste em interromper a simulação quando o resultado pretendido deixa de ter variação significativa, de uma simulação relativamente à anterior.

Relativamente ao problema exposto, pode fazer-se a crítica de a hipótese de supor que a curva C , e $-\alpha t$ real ser a curva mais provável, não ser correcta. Mas, dado que o objectivo da simulação é unicamente a obtenção do desvio padrão de α , a diferença não é significativa se, em vez da curva mais provável, for usada uma na vizinhança dessa.

Como comentário final, dir-se-á que a simulação não permite obter um resultado com maior precisão que o encontrado experimentalmente, mas, tão somente, estabelecer o intervalo de confiança deste valor.

