

# EDUCAÇÃO e \_\_\_\_\_ TECNOLOGIA



Revista do Instituto Politécnico da Guarda

## **EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA**

### **Propriedade**

Instituto Politécnico da Guarda

### **Director**

João Bento Raimundo

### **Redacção**

Serviços Centrais do I.P.G. - Av. Francisco Sá Carneiro n.º 50

6300 Guarda

Telef. 222634 \* Telecópia 222690

### **Composição**

Gabinete Editorial do I.P.G.

### **Execução Gráfica e Impressão**

Secção de Reprografia do I.P.G.

### **Periodicidade**

Semestral

### **Tiragem**

1.000 ex.

### **Depósito Legal**

n.º 17.981/87

n.º XIII - Fevereiro de 1994

Foto da Capa: Vista parcial do edifício  
dos Serviços Centrais do IPG, em dia de neve.

## UM NOVO CICLO

A edição deste número, o décimo terceiro, da Revista, "Educação e Tecnologia" coincide com o alvorecer de um novo ciclo da vida do Instituto Politécnico da Guarda.

"O homem e a hora são um só quando Deus faz e a história é feita", como escreveu o poeta. E nós não esquecemos os vectores da conjuntura em que nasceu este projecto, hoje concretizado nas suas principais e visíveis vertentes. Assumimos os desafios, não pactuámos com o tempo e com a burocracia, afirmámos uma postura e uma dinâmica próprias, alimentadas no empenho em implementar o ensino superior politécnico nesta zona.

Uma instituição de ensino superior vale, desde logo, pela capacidade de resposta às reais necessidades da juventude, da região e do País, bem como pela sua credibilidade científica e pedagógica, pela qualidade e rigor dos cursos que ministra. E para certificarmos que a nossa ideia estava, desde o início, correcta, bastaria para tanto atentarmos nas percentagens das candidaturas aos cursos aqui leccionados e outrossim na nossa actual realidade.

Evidentemente que isto, para além das instalações necessárias, passou, também, pela disponibilização de um bom corpo docente, estável, participativo neste projecto colectivo, e igualmente pela existência de um corpo técnico e administrativo eficaz, agente interventor assente nas potencialidades das tecnologias postas à sua disposição; passou, igualmente, pela contínua reafirmação da qualidade e pela afirmação de um espírito de escola.

Para se ter percorrido esta caminhada foi preciso ser "*Claro em pensar, e claro no sentir, / É claro no querer;*" como bem disse Pessoa.

Hoje o Politécnico da Guarda é uma referência em termos nacionais, com o seu projecto de Estatutos já concluído e prestes a deixar o regime de instalação. Abre-se, deste modo, um capítulo novo na vida deste estabelecimento de ensino superior que continuará a afirmar a sua divisa "*scientia lucet omnibus*".

João Raimundo  
Presidente da Comissão Instaladora  
do Instituto Politécnico da Guarda

# DISCRIMINAÇÃO DE PREÇOS NO MERCADO MONOPOLISTA: uma aproximação à realidade.

---

M<sup>o</sup> José Valente<sup>\*</sup>

---

## 1. INTRODUÇÃO

Quando se fala em M<sup>o</sup>nopólio ou em Mercado Monopolista não há distinção entre a Empresa e a Indústria (Sector). A ser assim, a Empresa é a Indústria e não se verifica concorrência. Neste cenário a curva da Procura Agregada dirigida à Indústria será a Procura dirigida à Empresa; então a Procura dirigida à Empresa monopolista terá as mesmas propriedades que a Procura Agregada num Mercado de Concorrência Perfeita.

Nesta perspectiva, ter-se-á que as quantidades de vendas da empresa monopolista serão função simples dos preços (por ela fixados), assim:

$$q = f(p), \text{ com } \frac{dq}{dp} < 0 \quad (1)$$

Como a curva da Procura, supostamente, tem uma única função inversa, o preço pode ser expresso como função simples da quantidade:

$$p = f(q), \text{ com } \frac{dp}{dq} < 0 \quad (2)$$

Daqui se pode inferir que a maior diferença entre um monopolista e uma pequena empresa em concorrência perfeita tem a ver com o preço do monopolista, o qual desce quando as vendas aumentam. À pequena empresa, em concorrência perfeita,

---

<sup>\*</sup> Prof. Adjunta na E.S.T.G.

competê-lhe aceitar os preços como um parâmetro, maximizando o lucro por via de ajustamentos ao nível da produção; ao monopolista a variação dos níveis de produção ou dos preços é um recurso pleno para a maximização do lucro. É evidente que o monopolista não pode fixar, de forma independente, as duas variáveis (preço e nível de produção); uma vez que o seu preço/(nível de produção) é, unicamente, **determinado** pela curva da Procura, depois de seleccionado o nível de produção/(preço). A combinação preço/quantidade que maximiza o lucro é invariante relativamente à escolha da variável independente.

## 2. MAXIMIZAÇÃO DO LUCRO.

O princípio da maximização do lucro, para o monopolista, é o mesmo das empresas em concorrência perfeita. Ou seja pretende-se  $\text{Max } \pi$  (Max. Lucro), o mesmo é dizer  $\text{Max}(R-C)$  (3), em que  $R = \text{Receitas}$  e  $C = \text{Custos}$ . Attingir este objectivo vai exigir as seguintes condições:

i) 1ª Ordem

$$\pi' = 0 \Leftrightarrow R' - C' = 0 \Leftrightarrow R' = C' \Leftrightarrow \frac{dR}{dq} < \frac{dC}{dq} \quad (4)$$

ii) 2ª Ordem

$$\begin{aligned} \pi'' < 0 \Leftrightarrow R'' - C'' < 0 \Leftrightarrow R'' < C'' \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{d^2R}{dq^2} < \frac{d^2C}{dq^2} \end{aligned} \quad (5)$$

A condição de primeira ordem do problema de Maximização do Lucro permite afirmar que o monopolista determina o montante da sua produção no ponto em que os Custos Marginais e Receitas Marginais se igualizam. Facilmente, se constata ser este o comportamento das Empresas em Concorrência Perfeita. Porém, a diferença existente entre as funções de Receita Total do monopolista e da empresa em concorrência perfeita determinam alterações em comportamentos, que já verificamos serem idênticos.

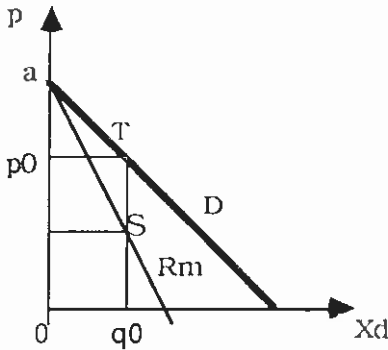
Fixemo-nos, assim, na Receita Total, que é função dos preços e das quantidades:  $RT = p \cdot q$ , (6)  
a partir da RT há que deduzir a  $R_m$  (Receita marginal):

$$R_m = p \frac{dq}{dq} + \frac{dp}{dp} q \quad (7)$$

Acontece que, numa empresa em concorrência perfeita, a Receita Total (RT) varia, apenas, em função da quantidade (q); já que sendo "price-taker" só lhe resta ajustar as quantidades. Neste caso,

$$Rm = \frac{dRT}{dq} = p.$$

Produz-se, então, no ponto onde  $Cm = Rm = p$ . No entanto, para uma empresa monopolista o preço deixa de ser um parâmetro para passar a ser uma variável, conforme (2). Assim a  $Rm = p + \frac{dp}{dq} q$ , com  $\frac{dp}{dq} < 0$ . Daí, decorre que  $Rm < p$ . Constata-se que a Procura linear e a Receita Marginal se apresentam bastante semelhantes. Para uma melhor ilustração deste facto, suponha-se que:  $p = a - bq$ , então  $RT = aq - bq^2$  e  $Rm = a - 2bq$ , verifica-se, pois, que o termo independente (a), nas equações da Procura e da Receita Marginal, é o mesmo e que o declive da Rm é o dobro do de p (  $-b$  e  $-2b$ , respectivamente ). Graficamente, Procura e Receita Marginal têm um ponto comum sobre o eixo das ordenadas, é (a) e a Rm aparece com um declive mais acentuado, o dobro do da Procura, como se observa a seguir:



A partir da leitura gráfica, pode dizer-se que para a combinação preço/quantidade  $(p_0, q_0)$ , a Receita Total é dada pela área  $[Op_0Tq_0]$ , ou ainda pela área  $[OaSq_0]$  que se situa abaixo da curva de Rm, em suma está-se a dizer que

$$RT = \int_0^{q_0} (a - 2bq) dq = aq - bq^2$$

Este resultado generaliza-se, também, às funções de Procura não linear, genericamente pode escrever-se:

$$RT = \int_0^q (p + q \frac{dp}{dq}) dq = pq \quad (8)$$

### 3. MONOPÓLIO: DISCRIMINAÇÃO DE PREÇOS DE 3º GRAU

A discriminação de preços ocorre sempre que a mesma mercadoria é vendida a mais do que um preço. As condições necessárias para que um monopolista pratique preços diferentes para a mesma mercadoria são:

(a) Existência de classes de consumidores diferentes, em função dos valores das elasticidades procura-preço directas.

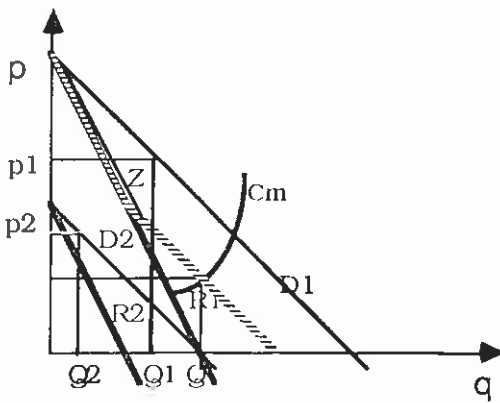
(b) Distinção das classes de consumidores, em função das elasticidades, a qual pode derivar de rendimentos diferentes, de gostos distintos ou, ainda, de diferentes avaliações dos bens substitutos.

(c) Estanquicidade dos mercados, dificuldade das mercadorias serem transferidas de uma classe de consumidores para outra. Ausência de, um possível, desvio de comércio.

Sempre que um monopolista pratica discriminação deve ser capaz de responder a duas questões: qual o nível de produção que deve afectar a cada mercado/(classe de consumidores)?; qual o preço que deve fixar em cada mercado/(classe de consumidores)?.

Para se conseguir resposta para estas duas questões, vai-se começar por considerar que o monopolista, já, decidiu o valor da sua produção total, apenas desconhece as quantidades a afectar a cada um dos mercados (os quais são, supostamente, dois). Ora, em cada mercado há uma curva da Procura, o mesmo é dizer que se poderá derivar para cada um deles uma curva de Receita Marginal. Na posse das Rm, o monopolista maximizará o seu lucro afectando a produção total pelos 2 mercados de forma a que a *Receita Marginal num dos mercados seja igual à do outro mercado*.

Consideremos, agora, o caso mais realista onde o monopolista também tem que decidir a produção total. Neste caso o monopolista tem que olhar para os Custos tal como para a Procura. Escolherá o nível de Produção no ponto em que o Custo Marginal do monopolista, relativo à produção total, é igual à Receita Marginal comum aos dois mercados. Para melhor compreensão, observe-se a figura 2:



$D_1$  e  $D_2$  representam as curvas da Procura, respectivamente no mercado 1 e no mercado 2;  $R_1$  e  $R_2$  representam as Receitas marginais do mercado 1 e mercado 2, respectivamente;  $C_m$  representa a curva de Custo marginal. O monopolista para determinar a produção total começa por somar horizontalmente  $R_1$  e  $R_2$  e obtém a curva  $Z$ . Esta curva mostra para cada nível de Receita marginal a produção total necessária, caso a Receita Marginal em cada mercado seja mantida ao mesmo nível. A produção óptima é-nos dada pelo ponto da curva  $Z$  que intersecta a curva de  $C_m$ , uma vez que o  $C_m$  deve ser igual ao valor comum da  $R_m$  em cada mercado. A ser assim a empresa produz  $OQ$  unidades e vende  $OQ_1$  unidades no mercado 1 e  $OQ_2$  unidades no mercado 2, aos preços  $OP_1$  e  $OP_2$ , respectivamente.

Analiticamente ter-se-á que o lucro ( $\pi$ ) é:

$$\pi = p_1q_1 + p_2q_2 - C(q),$$

em que  $p_1q_1 = RT_1$ ;  $p_2q_2 = RT_2$  e  $C(q) = CT$ , sendo  $RT_1$  e  $RT_2$  a Receita Total no mercado 1 e no mercado 2, respectivamente e  $CT$  o Custo Total.

A maximização do lucro conduzir-nos-á às seguintes condições de 1ª ordem:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi}{dq_1} &= \frac{dp_1q_1}{dq_1} - \frac{dC(q)}{dq_1} = \frac{dp_1q_1}{dq_1} - \frac{dC(q)}{dq} \frac{dq}{dq_1} = \\ &= \frac{dp_1q_1}{dq_1} - \frac{dC(q)}{dq} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{d\pi}{dq_2} = \frac{dp_2q_2}{dq_2} - \frac{dC(q)}{dq_2} = \frac{dp_2q_2}{dq_2} - \frac{dC(q)}{dq} \frac{dq}{dq_2} =$$



$$= \frac{dp_2 q_2}{dq_2} - \frac{dC(q)}{dq} = 0$$

o que permite dizer que p é máximo quando

$$\frac{dp_1 q_1}{dq_1} = \frac{dp_2 q_2}{dq_2} = \frac{dC(q)}{dq}$$

por outras palavras  $Rm_1 = Rm_2 = Cm^{(1)}$

As condições de segunda ordem exigem que os menores principais do determinante Hessiano:

$$\begin{vmatrix} R_1'' - C'' & -C'' \\ -C'' & R_2'' - C'' \end{vmatrix}$$

sejam, alternadamente, de sinal contrário, começando com sinal negativo. Ou seja:

$R_1'' - C'' < 0$  ;  $(R_1'' - C'')(R_2'' - C'') - (C'')^2 > 0$  ;  $R_2'' - C'' < 0$ . Destas condições pode-se concluir que a Receita Marginal em cada mercado, deve aumentar menos, rapidamente, que o Custo Marginal para o nível de produção como um todo.

#### 4. DISCRIMINAÇÃO PERFEITA DE 1º GRAU

Cada ponto sobre a curva de Procura traduz o preço único, mais elevado, que os consumidores estão dispostos a pagar para as quantidades de produto correspondentes. Alguns consumidores estariam mais dispostos a pagar do que a renunciar ao consumo dessas mercadorias. A ser assim eles ganham um excedente de consumidor para um sistema de preços únicos. Para simplificar pressuponha que o efeito rendimento é zero, facto que conduz a que as curvas da Procura Marshalliana e da Procura Hicksiana coincidam, então o excedente do consumidor é igual à área abaixo

(1) A partir da  $Rm_1 = p_1 + q_1 \frac{dp_1}{dq_1}$ , pode-se escrever  $Rm_1 = p_1(1 + \frac{q_1}{p_1} \frac{dp_1}{dq_1})$  ou seja  $Rm_1 = p_1(1 + \frac{1}{\mu_1})$ . Generalizando ao mercado 2 tem-se  $Rm_2 = p_2(1 + \frac{1}{\mu_2})$ , sendo  $\mu_1$  e  $\mu_2$  as elasticidades procura-preço directa no mercado 1 e no mercado 2, respectivamente. A condição de 1ª ordem permite escrever  $p_1(1 + \frac{1}{\mu_1}) = p_2(1 + \frac{1}{\mu_2})$ , daí resultando:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \frac{1}{\mu_1}}{1 + \frac{1}{\mu_2}}$$

da curva da Procura menos a quantidade que os consumidores pagam pela mercadoria.

O monopolista perfeitamente discriminador teria que ser capaz de subdividir o seu mercado, de tal forma que fosse capaz de vender cada unidade sucessiva de mercadoria ao preço a que os consumidores estariam dispostos a pagar. Neste caso, o monopolista retira para si a fatia correspondente ao excedente do consumidor e portanto a sua Receita Total é a área abaixo da

curva da Procura:  $\int_0^q F(q) dq$  e o lucro vem  $\pi = \int_0^q F(q) dq - C(q)$ .

A maximização do lucro leva-nos para a seguinte condição de 1º ordem:

$$\frac{d\pi}{dq} = F(q) - C'(q) = 0 \Leftrightarrow F(q) = C'(q),$$

o que permite afirmar que o monopolista perfeitamente discriminador maximiza o seu lucro quando produz ao nível em que a curva de Custos Marginais intersecta a curva da Procura. A condição de 2ª ordem,

$$\frac{d^2\pi}{dq^2} = F''(q) - C''(q) < 0,$$

exige que o declive da curva da Procura seja menor que o declive da curva de Custos Marginais.

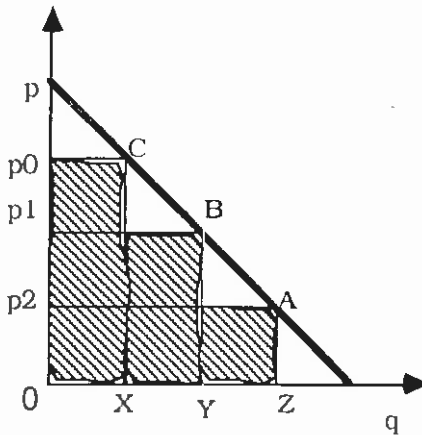
A discriminação de 1º grau é um limite teórico, nunca atingido, já que praticar este tipo de discriminação de preços implicaria conhecer as Procuras individuais de cada consumidor e ajustar os preços a cada uma das elasticidades Procura individuais. Na realidade as empresas só conseguem estimar as elasticidades da Procura Individual a partir de dados recolhidos sobre o grupo a que um individuo pertence. Talvez, o mais próximo deste tipo de mercado seja o negociante de camelos do Norte de África, que, com muitos anos de experiência, procura adivinhar quanto é que o comprador estaria disposto a pagar. Para tal serve-se de uma técnica que consiste na interpretação do gesto mais incongruente e do movimento de olhos, por mais fortuito que seja, para fixar o preço, e mesmo assim pode não conseguir conciliar a sua avidez com o preço do camelo.

## 5. DISCRIMINAÇÃO DE PREÇOS DE 2º GRAU

A discriminação de 2º grau ocorre quando o monopolista

vende quantidades diferentes de produto a preços diferentes. No entanto qualquer comprador que pretenda a mesma quantidade de produto paga o mesmo preço. Identifica-se este tipo de discriminação com os descontos em quantidade. Esta forma de discriminação é vulgarmente utilizada no mercado de bens de utilidade Pública; por exemplo, o preço por unidade de electricidade. Uma empresa monopolista que fixe preços em função da quantidade vendida, utilizando um sistema de desconto em quantidade está a praticar discriminação de preços de 2º grau.

Para ilustrar este caso, suponha uma Companhia de Electricidade que pratica um preço ( $p_0$ ) para as primeiras quantidades consumidas (até OX unidades), um preço  $p_1$  para qualquer quantidade acima de OX unidades de Kw/mês mas inferior a OY unidades de Kw/mês e fixa, ainda, um preço médio  $p_2$  para quantidades superiores a OY e inferiores a OZ. Assim:



Caso não se fizesse discriminação de preços a Receita Total do monopolista seria  $RT = [Op_2AZ]$ , para OZ unidades vendidas. Porém, se a discriminação fosse feita, de acordo com o supra-referido, passar-se-ia a uma  $RT = [Op_0CX] + [Op_1BY] + [Op_2OZ]$ . Verifica-se, claramente, que o lucro do monopolista aumenta num cenário de discriminação de preços, já que se consegue reduzir o excedente do consumidor à custa da sua transferência para a Receita do monopolista.

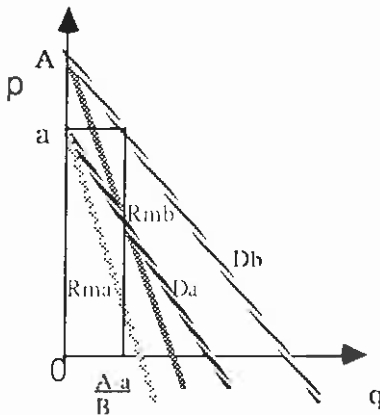
## 6. DISCRIMINAÇÃO DE MERCADOS COM O MESMO PREÇO.

Finalmente, pode acontecer que se consiga segmentar o

mercado em diferentes categorias de consumidores, em função das elasticidades-procura e, até, distinguir esses segmentos de mercado, no entanto podem não existir barreiras entre esses segmentos de mercado. A prática de preços diferentes em cada um dos segmentos de mercado torna-se uma estratégia negligenciável, do ponto de vista da maximização do lucro do monopolista.

Suponha que sendo possível identificar dois mercados se tem:  $P_a = a - bQ_a$  e  $P_b = A - BQ_b$ , respectivamente a procura no mercado A e a procura no mercado B; sendo  $P_a$  e  $P_b$  os preços no mercado A e no mercado B, respectivamente e  $Q_a$  e  $Q_b$  as quantidades respectivas nos dois mercados A e B. Uma vez que os mercados não são estanques, então  $P_a = P_b = P_g$ , ou seja o preço praticado pelo monopolista é igual nos dois mercados. Quanto à quantidade total,  $Q_g$ , vai resultar da quantidade vendida no mercado A e no mercado B -  $Q_g = Q_a + Q_b$ . Entretanto, o monopolista para maximizar o lucro vai produzir no ponto onde  $R_m = C_m$ . Nesse ponto, pode acontecer que o monopolista tenha interesse em vender, apenas, num mercado ou, então, seja indiferente aos dois mercados.

Esta situação pode ser ilustrada graficamente, assim:



Daqui se pode inferir que, quando o preço se situa entre  $a$  e  $A$  ( $A < p_g < a$ ), apenas, se vende no mercado B. Já, para preços inferiores a  $a$  ( $p_g < a$ ), o monopolista vende nos dois mercados. Concretizando, pode dizer-se que:

$$\text{se } p_g = a \Rightarrow Q_a = 0 \wedge Q_b = -\frac{A-a}{B} \Leftrightarrow Q_g = \frac{A-a}{B};$$

neste cenário, quando  $Q_g > \frac{A-a}{B}$  está-se a vender nos dois

mercados e quando  $Q_g < \frac{A-a}{B}$  só se vende no mercado B. Torna-se, então, importante determinar as Receitas marginais em cada uma das situações. Assim:

$$Q_g > \frac{A-a}{B} \Rightarrow R_m = \frac{aB + Ab}{B+b} - 2 \frac{Bb}{B+b} Q_g$$

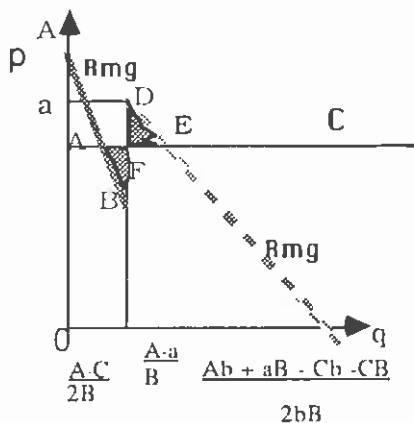
$$Q_g < \frac{A-a}{B} \Rightarrow R_m = A - 2BQ_g$$

A posição de maximização do lucro exige que  $R_m = C_m$ , ora para um  $C_m = C$ , ter-se-ão as seguintes produções óptimas:

$$Q_g > \frac{A-a}{B} \Rightarrow Q_g = \frac{aB + Ab - BC - bC}{2Bb}$$

$$Q_g < \frac{A-a}{B} \Rightarrow Q_g = \frac{A-C}{2B}$$

Quando se produz  $Q_g = \frac{A-C}{2B}$  está-se, apenas, a vender no mercado B, enquanto que quando se produz  $Q_g = \frac{aB + Ab - BC - bC}{2Bb}$  vende-se nos dois mercados, graficamente tem-se:



Da intersecção da curva de  $C_m$  com a  $R_m$  (a qual se apresenta descontínua, pelo facto de se vender apenas no mercado B, para  $p_g > a$  e vender-se nos dois mercados, quando  $p_g < a$ ) obtém-se 2 pontos de produção. Impõe-se, agora, uma opção relativamente ao nível de produção. Para uma decisão final, há que comparar a

área dos triângulo [AFB] com [DFE]. Neste caso  $[AFB] < [DFE]$ , ou seja como a 1ª superfície mede a perda de lucro quando se passa da solução/vender num só mercado para a solução/vender nos 2 mercados e a 2ª superfície mede o lucro adicional sempre que se passa da 1ª solução à 2ª, então deve-se vender nos 2 mercados.

Generalizando se os  $C_m = C' > C$ , de tal forma que a área [AFB] viesse maior que a área [DFE], então a perda de lucro maior que o lucro adicional; logo vender-se-ia num só mercado. Esgotando as hipóteses plausíveis, dir-se-ia que se os  $C_m = C''$  de tal forma que a área [AFB] igual à área [DFE], então seria indiferente optar por uma solução ou por outra.

## CONCLUSÃO

A teoria da discriminação de preços encontra-se, a par e passo, no quotidiano empresarial envolvente. Basta pensar na EDP e na sua nova política de preços, que cria uma nova tabela para clientes com potência instalada acima dos 19,8KvA, para constatar-mos a prática de um tipo de discriminação de preços do 2º grau. Também, a TAP ao distinguir preços em conformidade com uma classe turística e uma classe executiva, está a proceder a uma discriminação de 3º grau. Ainda, neste domínio, se pode recordar a política de tarifas diferenciadas seguida pela TELECOM, em função da intensidade da Procura de "linhas de comunicação", período congestionado (on peak) e período descongestionado (off peak). Muitos mais casos se podem identificar, as redes hoteleiras diferenciando os preços entre as épocas altas e as épocas baixas, os estúdios de cinema diferenciando preços em função da idade dos espectadores, a C.P. praticando tarifas especiais para a 3ª idade e para os militares, etc.

## Bibliografia.

- Douglas, Evan J - *Managerial Economics, Analysis and Strategy* - Prentice-Hall Edition.  
Glahe, R Fred e Dwight R Lee - *Microeconomics Theory and Applications* - Harcourt B.J College Publishers.  
Guerrin, Bernard e Bertrand Nezeys - *Micro-economie et calcul economique* - Economica.  
Leroux, François - *Micro-Economie Exercices et Corrigés* - Economica.  
Mansfield, Edwin - *Microeconomics* - Norton.  
Pindyck, Roberts e Daniel L. Rubinfeld - *Micro-economics* - Maxwell MacMillan Intern Editions  
Varian, H - *Intermediate Microeconomics* - Norton.